1916. № 73.

ИЗВѢСТІЯ

НИКОЛАЕВСКОЙ ГЛАВНОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРІИ.

Томъ VII, 1.

BULLETIN

DE L'OBSERVATOIRE CENTRAL NICOLAS À POULKOVO.

Vol. VII, 1.

Nouveau programme pour le Zénith - téléscope.

I. Principes genereaux.

par B. NOUMEROFF.

A la fin du mois de septembre 1915 se termine le septième cycle des observations au zénith - téléscope d'après le programme élaboré en 1908 par M. Semenoff.

Sept ans étant ecoulés il faut, à cause de l'influence de la précession sur la différence de la distance zénithale des couples d'étoiles, renouveler maintenant le programme.

La question suivante se pose alors: ou bien établir le nouveau programme d'après les anciennes traditions, ou bien — ayant en vue de nouveaux problèmes à résoudre — dresser le programme sur des bases un peu différentes de celles jusqu'ici en vigueur.

Il me paraît presque hors de doute que les observations, comme on les a faites jusqu'à présent avec le zénith - téléscope ne peuvent servir pour résoudre toute une série de questions surgies ces derniers temps. Au nombre de ces questions sont: l'influence des marées de la croûte terrestre, de particularités de la réfraction sur la latitude observée. De plus, la méthode actuellement employée de traiter les observations faites avec le zénith - téléscope n'est bien appropriée qu'à la déduction des termes principaux (terme de Chandler, le terme annuel et terme Kimura). L'excès de clôture des cycles que l'on obtient par cette méthode dépend, sans aucun doute, en partie de la valeur adoptée de la constante d'aberration mais elle ne permet point de séparer la correction de la constante d'aberration des autres causes de caractère diurne ou

annuel. La raison principale de cet état de choses réside moins en la méthode du traitement des observations qu'en les insuffisances du programme même. En effet, selon le programme actuel, les paires extrêmes d'étoiles d'une combinaison quelconque se trouvent trop près les unes des autres et ne peuvent être observées en un même temps que dans des délais trop courts. Cette dernière circonstance est d'une importance capitale si nous voulons étudier les termes solaires.

On sait que l'excès de clôture qu'on obtient en combinant les observations des groupes d'étoiles dépend particulièrement de la valeur adoptée de la constante d'aberration, si les groupes sont toujours observés près de minuit, mais il est presque indépendant de l'aberration si les groupes seront observés vers le moment du lever ou du coucher du soleil. C'est M. Banakhévitsch qui a dans ces derniers temps appelé l'attention sur cette circonstance *).

Les résultats obtenus par lui peuvent être facilement généralisés à embrasser le cas où les observations de groupes n'ont pas lieu exactement à minuit ou au moment du lever et du coucher du soleil, mais toujours de τ heures plus tôt ou plus tard.

Examinons en effet le cas idéal où chaque groupe ne consiste qu'en une étoile passant au zénith. Faisons pour chaque combinaison de deux groupes une observation et toujours au même moment, savoir τ heures avant ou après minuit, τ heures avant le lever et τ heures après le coucher du soleil. Admettons que nos observations renferment un terme périodique $F(\alpha, \varphi, \odot)$, qui dépend de l'ascension droite, de la latitude du lieu et de la longitude du Soleil. Vu l'existence dans nos observations du terme périodique F, nous aurons— pour l'excès de clôture en cas de la combinaison des groupes la formule suivante:

$$r + \int_0^{2\pi} \frac{\partial F}{\partial \odot} d\odot = 0 \; \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Si par la fonction F nous entendons l'influence de l'aberration sur la déclinaison des étoiles, nous pouvons écrire cette formule:

$$r = k \sin\varphi \int_0^{2\pi} (\cos\odot \cos\alpha + \sin\odot \sin\alpha \cos\varepsilon)\, d\odot \; \ldots \quad 2)$$

Dans cette équation ε représente l'obliquité de l'écliptique et la grandeur k—la correction à apporter à la constante d'aberration.

---

*) Banachiewicz. Über den Schlussfehler bei Polhöenbestimmungen. (Astr. Nachr. № 4742).

L'intégrale de la partie droite de l'équation 2) n'a de signification determinée que si nous connaissons la relation entre α et $\odot$, ou, en d'autres termes, que si nous fixons à l'avance le moment de la journée où les paires d'étoiles seront observées.

Examinons deux cas:

Premier cas. Les observations ont toujours lieu τ heures avant ou après minuit; en ce cas la relation entre α et $\odot$ peut être écrite comme il suit *):

$$\alpha = 180 + \odot \pm \tau$$

Substituant cette valeur de α dans la formule 2) nous obtenons après l'intégration:

$$r_1 = -\pi(1 + \cos\ \varepsilon)\, k \sin\varphi \cos\tau = A_1, k \cos\tau \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Pour la latitude de Poulkovo ($\varphi = 59°\ 46'$) nous avons:

$$r_1 = -6.05\ k\ \cos\ \tau$$

Second cas. Les observations sont effectuées τ heures après le coucher et τ heures avant le lever du soleil. Soient: $t =$ l'angle horaire, $A =$ l'ascension droite et $D =$ la declinaison du Soleil au moment du lever ou du coucher. L'angle horaire t satisfait évidemment aux équations suivantes:

$$t = (\alpha + A \pm \tau)$$
$$\cos\ t = -\mathrm{tg}\ \varphi\ \mathrm{tg}\ D$$

d'où l'on tire:

$$\cos\ (\alpha \pm \tau)\ \cos\ A + \sin\ (\alpha \pm \tau)\ \sin\ A = -\mathrm{tg}\ \varphi\ \mathrm{tg}\ D$$

Le signe $+$ se rapporte au lever du soleil et le signe $-$ à son coucher. Désignons $\alpha \pm \tau$ par x. En remplaçant dans la dernierè équation A et D par $\odot$ et ε nous obtenons comme relation entre x et . la formule suivante:

$$\cos x \cos\odot + \sin x \sin\odot \cos\varepsilon + \mathrm{tg}\, x \sin\varepsilon \sin\odot = o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

---

*) Formule approximative. La formule exacte serait $\alpha = 180 + A \pm \tau$, où A exprime l'ascension droite du Soleil.

Dans ce cas, la formule 2) pour la détermination de l'excès de clôture s'écrira:

$$r_2 = k \sin\varphi \int_0^{2\pi} [\cos\odot \cos (x \mp \tau) + \sin (x \mp \tau) \sin\odot \sin \Sigma]\, d\odot$$

Après avoir, à l'aide de l'équation 4), exprimé sin x et cos x en fonetion de $\odot$ et introduit leurs expressions dans la formule précedente, nous obtenons pour r_2

$$r_2 = \pm k \sin\varphi \cos\tau \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \varepsilon}{\cos \varphi}\right)^2 \sin^2 \odot}\; d\odot = A_2 k \sin\tau \quad . \; . \; . \; 5)$$

Le tableau suivant donne les valeurs numériques du coefficient A_2, la latitude φ e'tant prise comme argument:

φ	A_2	φ	A_2
0°	0.00	50	4.29
10	1.04	55	4.45
20	2.05	60	4.47
30	2.96	65	4.02
40	3.76	66	3.88
50	4.29	66°33′	0.00

Si les observations de paires d'étoiles ont eu lieu chaque soir pendant un temps T, les valeurs de l'excès de clôture R_1 et R_2 peuvent être exprimées approximativement par les formules suivantes:

$$R_1 = \frac{A_1 k}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos\tau \, d\tau = \frac{2A_1 k}{T} \sin \frac{T}{2}$$

$$R_2 = \frac{A_2 k}{T} \int_0^{T} \sin\tau \, d\tau = \frac{2A_2 k}{T} \sin^2 \frac{T}{2}$$

Le rapport $\mu = \frac{R_1}{R_2}$ sera alors:

$$\mu = \frac{A_1}{A_2} \operatorname{cosec} \frac{T}{2}$$

II. Liste des étoiles pour le zénith-télescope,

dressée par M. M. NOUMEROFF et ZIMMERMANN.

Le nombre de paires obtenues surpasse notablement non seulement le nombre de paires de l'ancien programme pour le zénith-télescope de Poulkovo, mais même celui de tous les programmes publiés jusqu'à ce temps. Nous sommes parvenus à ce résultat en choisissant les paires avec de petits intervalles entre les étoiles. Souvent les intervalles sont de deux minutes. Il va de soi qu'il est peu probable qu'on puisse avoir le temps de lire les niveaux avant l'observation de la seconde étoile, mais les observations de δ Cassiopée montrent d'une manière évidente que la double lecture des niveaux, avant et après l'observation, ne joue presque aucun rôle dans l'augmentation de la précision des observations. L'erreur des observations de nuit de δ Cass. et des paires est la même. D'autre part, en raccourcissant les intervalles entre les observations, on obtient premièrement un plus grand nombre de paires et en second lieu la stabilité de l'instrument et le calme de l'atmosphère ont une influence moindre.

Outre les paires on a inscrit sur la liste quelques étoiles zénithales.

La Table qui suit donne:

Dans	la	1	colonne	les numéros des paires et des étoiles zénithales.
„	„	2	„	les numéros des étoiles dans la „Bonner Durchmusterung".
„	„	3	„	les grandeurs des étoiles d'après la „Photometrische Durchmusterung" par G. Müller et P. Kempf.
„	„	4	„	l'ascension droite des étoiles pour 1920.0.
„	„	5	„	la précession en AR.
„	„	6	„	la déclinaison des étoiles pour 1920.0.
„	„	7	„	la précession en δ calculée à l'aide de la constante de Newcomb.
„	„	8	„	le mouvement propre des étoiles donné par le catalogue de Boss.
„	„	9	„	la demi-différence des distances zénithales des deux étoiles de la paire prise dans le sens étoile austr.—étoile boréale.
„	„	10	„	le logarithme de a′ pour l'année 1920 et sa variation annuelle.

Dans la 11 colonne le logarithme de b′ pour l'année 1920 et sa variation annuelle.

„ „ 12 „ le logarithme de c′ pour l'année 1920 et sa variation annuelle.

„ „ 13 „ le logarithme de d′ pour l'année 1920 et sa variation annuelle.

Les coordonnées des étoiles dont les mouvements propres (d'après Boss) sont données dans la liste ci-dessus sont prises du catalogue de Boss, les coordonnées des autres étoiles sont données par les catalogues A. G.

On calculait les variations annuelles des a′, b′, c′, d′ au moyen de Tables à double entrée construites spécialement pour ce but. Dans le cas où donner la variation du logarithme n'a pas de sens, on donne la variation du nombre correspondant.

Tous les calculs ont été faits deux fois. M-elle M. Porodko prit une part active à ces calculs.

№	B. D.	m	α 1920.0	Préc.	δ 1920.0	Préc.	μ	Δz	a′	b′	c′	d′
1	57°.2865	6.1	0h 2m 4s.1	+ 3s.12	57° 59′ 26″.57	+ 20″.044	+ 0″.038	— 1′.3	1.3018	8.3802_n	9.2948	9.9362
	61.16	6.7	8 56.1	+ 3.17	61 35 48.4	+ 20.030			0.0	+ 40.0	— 5.3	+ 0.2
2	65.67	6.4	26 48.3	+ 3.43	66 4 40.23	+ 19.908	— 0.004	+ 0.2	1.2983	9.1107_n	9.0292	9.9302
	53.105	4.1	32 30.3	+ 3.33	53 27 24.43	+ 19.844	— 0.009		—0.1	+ 8.1	— 9.7	+ 0.1
3	57.132	6.5	37 54.2	+ 3.43	58 18 54.4	+ 19.772		— 4.3	1.2946	9.2625_n	8.7738	9.9292
	61.178	6.1	46 28.7	+ 3.57	61 22 11.9	+ 19.635			—0.2	+ 5.7	—17.5	+ 0.1
4	68.64	6.8	56 13.2	+ 3.91	68 55 41.3	+ 19.445		+ 1.0	1.2878	9.3997_n	7.3560	9.9168
	50.212	6.7	1 0 5.5	+ 3.49	50 34 52.5	+ 19.360			—0.3	+ 4.5	—0.00026	—0.1
5	68.77	5.6	5 13.4	+ 4.03	68 21 12.36	+ 19.239	— 0.014	+ 0.3	1.2833	9.4576_n	8.4564_n	9.9130
	50.238	7.6	8 7.1	+ 3.56	51 10 49.3	+ 19.166			—0.4	+ 4.0	+ 41.3	—0.1
6	76.39	7.4	12 40.9	+ 4.79	76 22 31.4	+ 19.045		+ 2.3	1.2788	9.5024_n	8.7223_n	9.8948
	42.281	7.2	15 38.6	+ 3.48	43 5 22.4	+ 18.962			—0.5	+ 3.8	+ 23.2	—0.2
δ Cas	siopée.	3.0	20 33.9	+ 3.89	59 49 11.91	+ 18.819	— 0.045	— 2.9	1.2746	9.5370_n	8.9009_n	9.9093
									—0.5	+ 3.3	+ 14.8	—0.3
7	58.260	4.8	28 41.4	+ 3.90	58 49 19.35	+ 18.563	— 0.016	+ 2.6	1.2655	9.5947_n	9.0831_n	9.8997
	60.308	7.0	36 36.3	+ 4.04	60 38 3.4	+ 18.291			—0.6	+ 2.9	+ 10.2	—0.3
8	54.408	6.6	48 29.7	+ 3.95	55 12 14.1	+ 17.841		+ 3.2	1.2488	9.6684_n	9.2636_n	9.8816
	63.265	5.6	53 42.9	+ 4.40	64 13 59.13	+ 17.628	— 0.009		—0.7	+ 2.4	+ 6.4	—0.5
9	53.460	6.5	2 4 45.0	+ 4.01	53 27 56.82	+ 17.148	— 0.046	— 2.2	1.2322	9.7195_n	9.3690_n	9.8641
	65.239	6.2	8 11.0	+ 4.68	66 9 1.36	+ 16.991	+ 0.003		—0.8	+ 2.2	+ 5.2	—0.7

№	B. D.	m	α 1920.0	Préc.	δ 1920.0	Préc.	μ	Δz	a′	b′	c′	d′
10	63°.315	7.2	$2^h12^m35^s.2$	$+4^s.57$	64° 3′ 18″.3	+16″.783		+0′.2	1.2222	9.7438_n	9.4142_n	9.8556
	55.598	5.4	16 46.1	+4.17	55 28 49.19	+16.581	0.000		—0.9	+2.1	+4.7	—0.7
11	57.568	7.3	21 1.5	+4.28	57 19 8.1	+16.369			1.2140	9.7614_n	9.4007_n	9.8372
									—1.0	+1.9	+4.5	—0.8
	57.582	7.1	26 6.1	+4.31	57 20 35.2	+16.108			1.2070	9.7746_n	9.4265_n	9.8303
									—1.0	+1.9	+4.2	—0.8
	61.444	6.9	32 43.2	+4.64	62 14 47.8	+15.757			1.1975	9.7911_n	9.5378_n	9.8424
									—1.1	+2.0	+3.5	—0.9
	61.448	7.5	33 45.5	+4.65	62 15 29.0	+15.701			1.1959	9.7936_n	9.5420_n	9.8409
									—1.1	+2.0	+3.5	—0.9
12	55.714	3.9	44 50.9	+4.36	55 33 51.92	+15.079	—0.016	—0.9	1.1742	9.8240_n	9.5531_n	9.8074
	63.369	6.2	49 47.4	+4.92	64 0 29.6	+14.791			—1.4	+1.6	+3.1	—1.4
13	78.103	5.5	55 23.1	+7.87	79 6 16.09	+14.456	+0.011	+5.0	1.1556	9.8452_n	9.5591_n	9.7653
	40.664	6.2	3 0 10.4	+3.87	40 16 15.9	+14.164			—1.7	+1.9	+3.5	—1.5
14	41.631	6.3	6 52.1	+3.95	42 4 29.2	+13.743		+0.8	1.1348	9.8650_n	9.5974_n	9.7476
	77.115	5.6	10 6.8	+7.52	77 26 34.21	+13.535	—0.049		—2.0	+1.7	+3.2	—1.8
15	64.391	5.2	17 42.8	+5.18	64 18 5.99	+13.037	+0.016	+2.0	1.1082	9.8855_n	9.6466_n	9.7415
	54.684	5.3	23 53.5	+4.56	55 10 34.81	+12.622	—0.002		—1.8	+1.2	+2.4	—1.7
16	56.824	6.7	31 27.8	+4.68	56 28 31.2	+12.101		+3.3	1.0781	9.9042_n	9.6751_n	9.7115
	62.597	5.2	35 11.9	+5.18	62 57 31.79	+11.839	+0.021		—2.0	+1.1	+2.0	—1.9
17	70.259	4.8	41 53.3	+6.29	71 5 15.35	+11.362	—0.036	+1.3	1.0471	9.9196_n	9.6892_n	9.6739
	48.1015	5.9	47 50.4	+4.34	48 24 47.28	+10.929	—0.019		—2.5	+1.1	+2.0	—2.4
18	80.125	5.3	56 34.2	+9.91	80 28 53.57	+10.281	+0.005	+1.3	0.9983	9.9383_n	9.6945_n	9.6068
	38.848	7.2	4 4 58.7	+4.02	39 1 0.9	+9.643			—3.1	+1.3	+2.4	—4.1
19	57.787	5.8	10 30.4	+4.95	57 39 43.91	+9.217	—0.031	+1.0	0.9524	9.9515_n	9.7297_n	9.5862
	61.707	7.2	17 1.9	+5.32	61 50 46.6	+8.706			—3.2	+0.8	+1.5	—2.9
20	55.881	7.4	20 18.3	+4.83	55.27 42.7	+8.447		+2.5	0.9152	9.9599_n	9.7539_n	9.5478
	63.511	7.0	25 50.1	+5.59	63 59 52.5	+8.006			—3.5	+0.7	+1.2	—3.4
21	53.794	5.6	33 57.4	+4.75	53 20 1.22	+7.350	—0.090	0.0	0.8358	9.9728_n	9.7709_n	9.4655
	66.358	4.6	46 5.2	+5.95	66 12 31.33	+6.353	+0.005		—4.5	+0.6	+1.0	—4.5
22	73.265	6.4	54 33.5	+7.53	73 57 5.0	+5.646		—2.3	0.7391	9.9831_n	9.7740_n	9.3623
	45.1032	6.7	58 24.1	+4.39	45 40 7.4	+5.323			—6.5	+0.5	+0.9	—6.4
23	79.169	5.2	5 9 20.6	+9.84	79 8 32.92	+4.395	+0.155	+0.6	0.6269	9.9901_n	9.7710_n	9.2393
	40.1240	6.3	13 5.1	+4.19	40 22 48.8	+4.075			—10.1	+0.5	+0.9	—10.8
24	70.351	7.3	17 48.3	+6.71	70 9 21.2	+3.670		+1.6	0.5196	9.9939_n	9.7942_n	9.1519
	49.1364	7.7	26 11.0	+4.61	49 20 4.1	+2.947			—10.4	+0.4	+0.4	—10.7

№	B. D.	m	α 1920.0	Préc.	δ 1920.0	Préc.	μ	Δz	a′	b′	c′	d′
25	60°.894	7.2	$5^h34^m22^s.0$	+ $5^s.43$	60° 34′ 52″.9	+ 2″.237		+ 0′.5	0.2465	9.9982_n	9.8074_n	8.8818
	58.863	6.3	45 14.2	+ 5.29	58 56 35.9	+ 1.290			—18.7	+0.2	+0.3	—18.8
26	66.413	6.4	49 27.3	+ 6.08	66 5 3.3	+ 0.922		— 2.5	9.7839	9.9997_n	9.8075_n	8.4299
	53.981	7.1	56 38.8	+ 4.88	53 32 28.2	+ 0.293			—55.4	+0.1	+0.1	—54.7
27	60.938	5.4	6 8 29.5	+ 5.39	60 1 22.79	— 0.743	— 0.021	+ 3.4	0.0111_n	9.9994_n	9.8086_n	8.6446_n
	59.964	6.3	14 57.7	+ 5.33	59 24 29.21	— 1.308	+ 0.006		+32.6	—0.1	—0.1	+33.7
28	41.1451	6.9	24 45.9	+ 4.25	41 27 19.3	— 2.162		+ 0.8	0.3629_n	9.9971_n	9.7833_n	8.9798_n
	78.227	5.8	28 4.2	+ 9.35	78 3 44.40	— 2.449	— 0.001		+18.2	—0.2	—0.4	+18.9
29	66.460	7.4	34 24.5	+ 6.08	66 16 25.0	— 2.998		— 3.4	0.4972_n	9.9946_n	9.8006_n	9.1279_n
	53.1056	6.4	37 43.8	+ 4.85	53 22 55.3	— 3.285			+10.6	—0.3	—0.4	+ 9.9
30	77.266	4.7	48 25.3	+ 8.80	77 4 55.59	— 4.204	— 0.014	+ 1.1	0.6462_n	9.9891_n	9.7753_n	9.2564_n
	42.1629	6.9	53 39.8	+ 4.26	42 25 27.4	— 4.651			+ 9.0	—0.4	—0.7	+ 9.9
31	59.1065	5.3	7 8 56.2	+ 5.25	59 46 54.05	— 5.939	— 0.258	— 0.6	0.7737_n	9.9800_n	9.7832_n	9.4083_n
									+ 5.3	—0.5	—0.8	+ 5.3
32	59.1071	6.9	12 57.0	+ 5.22	59 23 57.34	— 6.273	— 0.031	+ 2.8	0.8041_n	9.9769_n	9.7783_n	9.4385_n
	60.1048	6.6	15 17.2	+ 5.27	60 3 5.95	— 6.467	+ 0.007		+ 4.9	—0.6	—0.9	+ 4.7
33	60.1069	7.3	30 32.4	+ 5.27	60 42 58.9	— 7.714		— 2.2	0.9000_n	9.9629_n	9.7599_n	9.5345_n
	59.1103	5.2	36 14.8	+ 5.09	58 53 56.38	— 8.173	— 0.061		+ 3.7	—0.7	—1.2	+ 3.7
34	40.1949	6.9	44 48.2	+ 4.08	39 58 23.0	— 8.850		— 3.9	0.9610_n	9.9493_n	9.7137_n	9.5720_n
	79.265	5.6	52 16.2	+ 9.55	79 42 3.47	— 9.432	— 0.060		+ 4.1	—1.2	—1.9	+ 4.3
35	43.1770	6.5	8 1 37.7	+ 4.17	43 29 28.60	— 10.146	— 0.031	+ 1.4	1.0187_n	9.9312_n	9.6961_n	9.6375_n
	76.310	5.7	9 31.8	+ 7.61	76 0 11.63	— 10.736	+ 0.012		+ 3.1	—1.1	—2.0	+ 3.0
36	77.327	7.0	14 24.2	+ 7.98	77 13 12.5	— 11.093		+ 1.8	1.0519_n	9.9175_n	9.6755_n	9.6645_n
	42.1859	6.1	19 18.0	+ 4.07	42 15 48.60	— 11.447	— 0.007		+ 2.8	—1.2	—2.2	+ 2.8
37	60.1148	7.3	32 40.5	+ 4.91	60 13 15.2	— 12.387		— 1.1	1.0958_n	9.8938_n	9.6612_n	9.7304_n
	59.1183	7.2	35 2.2	+ 4.83	59 21 27.1	— 12.549			+ 1.9	—1.2	—2.2	+ 1.8
38	62.1027	5.9	46 47.9	+ 4.97	62 15 45.95	— 13.335	+ 0.019	+ 2.5	1.1292_n	9.8696_n	9.6240_n	9.7629_n
	57.1182	7.0	50 51.1	+ 4.60	57 11 43.9	— 13.597			+ 1.6	—1.4	—2.4	+ 1.6
39	47.1633	3.9	58 10.3	+ 4.11	47 28 25.83	— 14.061	— 0.066	+ 2.5	1.1556_n	9.8451_n	9.5750_n	9.7809_n
	72.444	6.7	9 6 18.2	+ 5.90	71 59 8.3	— 14.559			+ 1.5	—1.6	—3.2	+ 1.4
40	51.1495	6.4	15 11.1	+ 4.18	51 36 4.51	— 15.081	+ 0.135	+ 1.5	1.1858_n	9.8085_n	9.5222_n	9.8164_n
	68.572	7.7	24 22.7	+ 5.14	67 53 33.8	— 15.598			+ 1.2	—1.7	—3.6	+ 0.9
41	40.2224	5.0	30 4.7	+ 3.75	39 58 37.79	— 15.907	0.000	+ 1.8	1.2071_n	9.7744_n	9.4401_n	9.8163_n
	79.319	6.4	37 53.3	+ 7.26	79 30 18.46	— 16.313	— 0.024		+ 1.2	—2.3	—5.1	+ 1.2
42	46.1551	5.4	43 26.2	+ 3.88	46 23 39.92	— 16.591	— 0.099	— 3.4	1.2247_n	9.7379_n	9.3913_n	9.8481_n
	73.478	6.1	51 16.0	+ 5.42	73 15 38.95	— 16.965	— 0.047		+ 1.0	—2.2	—5.0	+ 0.8

№	B. D.	m	α 1920.0	Préc.	δ 1920.0	Préc.	μ	Δz	a′	b′	c′	d′
43	50°.1707	7.0	9^{h}58^m 4^s.2	+3^s.90	50°29′45″.1	— 17″.275		— 0′.3	1.2402$_n$	9.6968$_n$	9.3180$_n$	9.8693$_n$
	69.561	7.3	10 3 13.8	+4.78	69 3 24.6	— 17.499			+0.8	—2.5	—6.1	+0.6
44	65.767	6.0	12 14.6	+4.39	65 30 29.08	— 17.870	—0.013	— 4.3	1.2535$_n$	9.6507$_n$	9.2265$_n$	9.8861$_n$
	54.1366	6.7	15 6.7	+3.89	54 10 46.2	— 17.982			+0.6	—2.5	—7.2	+0.4
45	55.1390	7.2	21 16.4	+3.86	54 48 52.3	— 18.214		+ 1.8	1.2620$_n$	9.6132$_n$	9.1305$_n$	9.8948$_n$
	64.789	6.4	24 53.9	+4.21	64 40 9.3	— 18.344			+0.6	—2.8	—9.0	+0.4
46	54.1387	5.6	34 8.5	+3.74	54 5 10.62	— 18.655	—0.081	— 2.9	1.2741$_n$	9.5400$_n$	8.9049$_n$	9.9068$_n$
	65.803	6.8	43 30.2	+4.04	65 33 17.2	— 18.939			+0.5	—3.2	—14.6	+0.3
47	60.1296	5.7	46 22.7	+3.79	59 44 42.90	— 19.020	—0.056	+ 1.6	1.2792$_n$	9.4993$_n$	8.7339$_n$	9.9136$_n$
									+0.4	—3.6	—21.6	+0.2
48	52.1529	6.6	55 44.0	+3.55	51 55 55.0	— 19.262		— 1.0	1.2870$_n$	9.4117$_n$	7.5289$_n$	9.9176$_n$
	68.632	6.4	11 4 37.2	+3.85	67 38 41.8	— 19.463			+0.3	—4.4	+0.00025	+0.1
49	65.828	6.2	18 6.9	+3.59	64 46 6.72	— 19.712	+0.036	— 0.9	1.2959$_n$	9.2182$_n$	8.8718	9.9288$_n$
	55.1468	6.8	25 46.0	+3.35	54 48 17.3	— 19.822			+0.2	—6.3	+14.8	—0.1
50	65.843	6.6	34 20.2	+3.39	64 47 23.4	— 19.920		+ 1.7	1.3002$_n$	8.9365$_n$	9.1522	9.9329$_n$
	55.1491	6.9	46 0.0	+3.19	54 41 49.2	— 20.008			+0.1	—12.0	+ 7.3	—0.1
51	66.737	6.6	52 25.1	+3.17	65 41 19.7	— 20.034		+ 0.3	1.3018$_n$	7.6955$_n$	9.3254	9.9340$_n$
	54.1493	7.7	12 5 18.3	+3.03	53 50 36.2	— 20.040			0.0	—193.6	+ 4.5	—0.3
52	57.1363	3.5	11 28.4	+2.98	57 28 37.21	— 20.020	+0.003	+ 0.9	1.3011$_n$	8.8116	9.4386	9.9351$_n$
	62.1228	6.8	18 15.5	+2.87	62 2 6.7	— 19.982			—0.1	+13.4	+ 3.5	—0.3
53	72.565	6.5	22 57.1	+2.65	72 22 23.6	— 19.945		— 0.6	1.2990$_n$	9.0636	9.4899	9.9231$_n$
	47.1969	7.5	30 14.2	+2.88	47 11 23.7	— 19.871			—0.1	+ 7.6	+ 2.7	—0.3
54	63.1034	6.1	43 54.3	+2.57	63 13 2.74	— 19.678	—0.010	— 2.1	1.2927$_n$	9.3107	9.5953	9.9266$_n$
	56.1627	2.2	50 30.9	+2.65	56 23 37.67	— 19.560	—0.011		—0.2	+ 3.8	+ 2.2	—0.3
55	57.1408	5.1	57 17.9	+2.58	56 47 49.77	— 19.422	—0.023	+ 2.7	1.2858$_n$	9.4270	9.6527	9.9195$_n$
	63.1056	6.8	13 6 45.0	+2.33	62 39 18.8	— 19.201			—0.2	+ 2.7	+ 1.6	—0.4
56	73.587	6.8	11 14.4	+1.72	73 13 21.5	— 19.084		— 3.7	1.2769$_n$	9.5182	9.6872	9.9002$_n$
	46.1868	6.0	22 50.7	+2.58	46 26 38.1	— 18.750			—0.2	+ 2.0	+ 1.2	—0.4
57	42.2405	6.2	27 48.2	+2.61	42 31 0.1	— 18.592		+ 2.1	1.2670$_n$	9.5861	9.7232	9.8810$_n$
	77.516	6.5	33 39.3	+0.78	76 57 18.2	— 18.395			—0.2	+ 1.2	+ 0.8	—0.5
58	77.519	6.9	39 53.6	+0.58	77 14 50.4	— 18.171		— 4.5	1.2572$_n$	9.6352	9.7503	9.8721$_n$
	42.2440	6.7	44 42.6	+2.54	42 26 48.62	— 17.989	—0.068		—0.2	+ 1.0	+ 0.7	—0.5
59	65.963	4.8	49 5.7	+1.75	65 7 5.39	— 17.817	—0.003	+ 3.8	1.2480$_n$	9.6714	9.7929	9.8804$_n$
	54.1633	7.3	54 48.5	+2.18	54 17 58.4	— 17.582			—0.3	+ 1.1	+ 0.8	—0.5
60	50.2047	5.4	14 5 18.1	+2.24	49 50 7.80	— 17.123	+0.046	— 3.0	1.2305$_n$	9.7240	9.8238	9.8528$_n$
	70.778	5.3	10 34.5	+1.11	69 48 27.35	— 16.879	—0.062		—0.3	+ 0.8	+ 0.7	—0.5

№	B. D.	m	α 1920.0	Préc.	δ 1920.0	Préc.	μ	Δz	a′	b′	c′	d′
61	66°842	7.5	14h 19m 19s.0	+1s.38	65° 43′ 41″.7	— 16″.454		— 4′.0	1.2141_n	9.7611	9.8529	9.8467_n
	54.1678	7.3	22 34.6	+2.00	53 56 52.4	— 16.290			—0.4	+ 0.8	+ 0.6	—0.5
62	79.447	7.5	27 57.8	—1.01	78 51 8.2	— 16.011		— 3.2	1.1950_n	9.7947	9.8525	9.8072_n
	41.2523	5.8	40 38.3	+2.33	40 47 50.07	— 15.320	+0.022		—0.2	+ 0.3	+ 0.1	—0.3
63	60.1567	7.6	44 58.0	+1.54	60 2 39.0	— 15.073		— 3.6	1.1745_n	9.8238	9.8999	9.8092_n
	59.1615	5.6	49 24.4	+1.52	59 37 6.65	— 14.814	+0.126		—0.4	+ 0.5	+ 0.4	—0.7
64	47.2192	6.7	57 55.0	+2.05	47 35 35.3	— 14.302		— 3.8	1.1531_n	9.8478	9.9077	9.7777_n
	72.664	6.8	15 0 20.1	+0.06	72 4 40.39	— 14.153	+0.086		—0.4	+ 0.4	+ 0.3	—0.4
65	50.2146	6.5	5 47.1	+1.90	50 21 48.3	— 13.812		— 1.8	1.1316_n	9.8676	9.9268	9.7595_n
	69.789	6.8	14 15.4	+0.43	69 14 24.8	— 13.265			—0.4	+ 0.4	+ 0.3	—0.5
66	72.679	3.3	20 50.6	—0.11	72 7 6.97	— 12.829	+0.012	— 1.6	1.1020_n	9.8897	9.9382	9.7273_n
	47.2227	6.4	26 10.0	+1.93	47 28 34.6	— 12.467			—0.4	+ 0.2	+ 0.2	—0.4
67	50.2195	7.4	32 50.7	+1.80	49 57 47.21	— 12.004	—0.020	+ 1.2	1.0734_n	9.9067	9.9555	9.7009_n
	69.806	5.7	37 25.9	+0.16	69 32 26.1	— 11.681			—0.4	+ 0.2	+ 0.2	—0.4
68	60.1635	6.6	45 59.4	+1.16	59 48 50.2	— 11.064		— 2.6	1.0439_n	9.9211	9.9726	9.6786_n
									—0.6	+ 0.3	+ 0.3	—0.8
69	46.2142	5.0	16 0 18.3	+1.87	46 15 29.14	— 10.000	—0.068	— 2.3	0.9919_n	9.9404	9.9755	9.6132_n
	73.707	7.0	5 6.7	—0.85	73 21 38.8	— 9.633			—0.3	+ 0.1	0.0	—0.3
70	67.930	6.4	12 7.1	+0.22	67 20 50.3	— 9.091		— 1.0	0.9467_n	9.9529	9.9933	9.5784_n
	52.1960	6.9	18 22.9	+1.51	52 13 43.1	— 8.599			—0.5	+ 0.1	+ 0.1	—0.7
71	67.942	6.6	28 9.2	+0.14	67 13 4.3	— 7.820		— 2.3	0.8844_n	9.9657	0.0035	9.5161_n
	52.1976	7.0	32 1.9	+1.46	52 24 10.6	— 7.506			—0.6	+ 0.1	+ 0.1	—0.8
72	55.1872	6.5	41 20.1	+1.22	55 50 11.92	— 6.746	+0.077	+ 1.1	0.8148_n	9.9756	0.0141	9.4477_n
	63.1307	6.9	46 35.8	+0.51	63 40 8.6	— 6.311			—0.8	+ 0.1	+ 0.1	—0.9
73	54.1844	7.4	50 8.8	+1.29	54 27 43.4	— 6.015		— 2.4	0.7612_n	9.9812	0.0177	9.3929_n
	65.1159	6.7	56 1.3	+0.29	65 9 38.34	— 5.524	+0.030		—0.8	+ 0.1	0.0	—0.9
74	77.641	7.0	59 57.4	—2.88	77 46 15.5	— 5.192		— 1.6	0.6809_n	9.9871	0.0021	9.3004_n
	41.2804	6.9	17 9 17.7	+1.91	41 49 31.6	— 4.399			0.5	0.0	— 0.1	+1.1
75	60.1743	6.5	15 31.1	+0.72	60 45 18.65	— 3.866	+0.011	+ 2.1	0.5395_n	9.9933	0.0290	9.1743_n
	58.1731	6.8	24 52.8	+0.90	58 43 5.7	— 3.060			—1.5	0.0	0.0	—1.7
76	69.925	7.3	31 57.9	—0.50	69 39 20.1	— 2.446		+ 2.0	0.3408_n	9.9974	0.0257	8.9738_n
	49.2678	6.8	37 48.2	+1.50	49 49 14.7	— 1.938			—1.3	0.0	0.0	—1.9
77	39.3219	6.8	43 19.9	+1.98	39 21 6.8	— 1.457		— 3.6	0.0896_n	9.9992	0.0055	8.6790_n
	80.555	7.2	48 30.3	—4.75	80 18 39.2	— 1.001			7.0	0.0	0.0	+10.9
78	55.1995	6.3	53 55.4	+1.09	55 58 38.2	— 0.532		+ 0.5	9.4425_n	9.9999	0.0334	8.0592_n
	63.1399	7.1	59 45.2	+0.39	63 33 0.2	— 0.022			—18.0	0.0	0.0	—18.9

№	B. D.	m	α 1920.0	Préc.	δ 1920.0	Préc.	μ	Δz	a′	b′	c′	d′
79	50°.2525	6.4	18h 4m 58s.7	+1s.43	50° 48′ 29″.1	+ 0″.435		+ 0′.2	9.9571	9.9994	0.0286	8.6065
	68.984	6.2	15 45.0	−0.35	68 43 37.25	+ 1.377	−0.060		+3.4	0.0	0.0	+3.2
80	56.2113	5.0	31 11.7	+1.03	56 59 2.18	+ 2.718	−0.010	+ 3.2	0.4717	9.9952	0.0300	9.1067
	62.1637	6.0	36 50.3	+0.54	62 27 11.66	+ 3.207	+0.031		+1.8	0.0	0.0	+1.7
81	70.1023	6.4	44 5.0	−0.68	70 42 30.4	+ 3.832		+ 2.3	0.6232	9.9902	0.0187	9.2452
	48.2793	6.1	52 40.5	+1.58	48 45 31.13	+ 4.567	−0.131		+0.6	0.0	0.0	+0.8
82	76.712	6.7	19 1 19.5	−2.49	76 56 14.98	+ 5.300	−0.069	+ 4.1	0.7464	9.9825	0.0007	9.3567
	42.3258	7.6	7 54.4	+1.90	42 28 7.9	+ 5.853			−0.4	0.0	0.0	−0.8
83	76.717	5.3	12 7.0	−2.18	76 25 40.32	+ 6.203	−0.127	− 3.5	0.8188	9.9751	9.9966	9.4306
	43.3229	5.9	21 24.8	+1.90	43 13 52.74	+ 6.972	−0.039		−0.1	0.0	0.0	−0.3
84	49.3034	5.6	29 12.3	+1.59	50 8 4.30	+ 7.606	+0.038	− 3.5	0.8887	9.9649	0.0003	9.5179
	69.1053	4.9	32 31.1	−0.11	69 31 30.17	+ 7.874	−1.751		+0.5	−0.1	0.0	+0.5
85	50.2848	6.3	39 41.3	+1.59	50 20 20.40	+ 8.446	−0.152	+ 1.9	0.9362	9.9554	9.9931	9.5656
	68.1079	6.2	44 25.6	−0.07	69 8 29.60	+ 8.821	−0.024		+0.5	−0.2	−0.1	+0.5
86	60.2026	7.0	49 8.3	+0.93	61 0 9.3	+ 9.189		− 2.7	0.9728	9.9461	9.9919	9.6073
	58.2013	5.1	54 23.9	+1.15	58 37 54.34	+ 9.595	−0.024		+0.7	−0.2	−0.1	+0.7
87	63.1593	6.6	20 3 44.4	+0.76	63 39 14.2	+10.305		+ 3.0	1.0189	9.9312	9.9794	9.6520
	55.2336	6.7	7 30.5	+1.40	55 47 25.8	+10.586			+0.5	−0.2	−0.2	+0.7
88	52.2657	7.3	11 33.0	+1.59	52 52 32.9	+10.884		+ 2.1	1.0443	9.9209	9.9691	9.6760
	66.1281	6.2	16 44.4	+0.60	66 35 46.51	+11.263	+0.293		+0.5	−0.2	−0.2	+0.5
89	59.2228	6.7	23 25.6	+1.25	59 20 17.9	+11.742		+ 1.6	1.0787	9.9038	9.9594	9.7132
	59.2257	7.4	30 26.4	+1.23	60 9 8.3	+12.233			+0.5	−0.3	−0.2	+0.7
90	49.3353	5.7	39 44.7	+1.85	50 3 7.58	+12.868	0.000	+ 0.9	1.1143	9.8812	9.9358	9.7430
	69.1127	6.7	44 4.8	+0.38	69 27 37.9	+13.156			+0.4	−0.2	−0.2	+0.6
91	80.672	5.4	51 15.8	−2.64	80 15 10.82	+13.624	−0.030	+ 2.9	1.1423	9.8582	9.8979	9.7463
	38.4321	6.5	59 16.8	+2.30	39 11 33.78	+14.130	−0.006		−0.1	0.0	+0.1	0.0
92	65.1554	7.3	21 9 13.2	+1.05	65 49 48.1	+14.733		+ 1.6	1.1728	9.8257	9.8992	9.8045
	53.2588	6.3	14 31.7	+1.87	53 39 38.3	+15.044			+0.4	−0.5	−0.4	+0.5
93	47.3381	7.4	18 39.1	+2.12	47 49 30.3	+15.280		0.0	1.1862	9.8081	9.8788	9.8115
	71.1062	7.3	21 20.5	+0.49	71 42 58.7	+15.430			+0.3	−0.5	−0.3	+0.5
94	66.1405	5.5	26 13.6	+1.16	66 27 35.44	+15.700	−0.014	− 4.0	1.2029	9.7817	9.8675	9.8344
	52.3003	7.2	35 54.4	+2.02	53 13 4.6	+16.212			+0.3	−0.6	−0.5	+0.6
95	58.2314	6.2	40 21.2	+1.80	58 54 14.7	+16.438		− 3.5	1.2177	9.7538	9.8502	9.8524
	60.2288	4.5	43 8.4	+1.73	60 45 4.51	+16.576	0.000		+0.4	−0.8	−0.6	+0.5
96	55.2644	5.9	52 11.7	+2.02	56 13 54.92	+17.008	−0.004	+ 2.0	1.2319	9.7203	9.8266	9.8655
	62.2007	5.1	54 23.7	+1.69	63 14 39.73	+17.109	+0.008		+0.4	−1.0	−0.6	+0.6

№	B. D.	m	α 1920.0	Préc.	δ 1920.0	Préc.	μ	Δz	a′	b′	c′	d′
97	72°.1009	5.3	21h58m 6s.8	+0s.87	72°47′56″.15	+17″.277	−0″.160	− 3′.0	1.2395	9.6992	9.8025	9.8627
	46.3572	6.7	22 1 46.0	+2.37	46 50 40.9	+17.437			+0.3	−0.9	−0.6	+0.5
98	47.3706	7.1	5 31.3	+2.38	47 32 29.43	+17.596	−0.019	+ 1.6	1.2468	9.6755	9.7875	9.8715
	71.1111	5.0	8 16.4	+1.16	71 56 48.75	+17.710	+0.004		+0.3	−0.9	−0.7	+0.5
99	41.4469	6.6	18 25.4	+2.56	41 40 27.4	+18.108		+ 1.0	1.2599	9.6229	9.7411	9.8727
	77.860	7.1	23 2.4	+0.53	77 50 11.5	+18.278			+0.2	−1.0	−0.6	+0.4
100	78.801	5.9	29 11.3	+0.56	78 24 49.33	+18.492	−0.013	0.0	1.2703	9.5659	9.7085	9.8808
	40.4885	6.0	38 0.8	+2.66	41 7 43.3	+18.776			+0.2	−1.4	−0.8	+0.4
101	55.2889	7.1	23 1 28.9	+2.57	56 15 33.1	+19.396		+ 2.5	1.2884	9.3911	9.6337	9.9220
	62.2171	6.5	4 31.7	+2.44	63 12 1.2	+19.461			+0.2	−3.1	−1.8	+0.4
102	48.3964	4.7	8 52.8	+2.74	48 58 8.09	+19.549	+0.096	+ 4.2	1.2919	9.3292	9.5969	9.9185
	70.1311	5.8	12 32.2	+2.30	70 26 6.34	+19.617	+0.012		+0.2	−3.5	−2.0	+0.4
103	61.2427	6.4	16 44.5	+2.61	61 31 56.4	+19.689		− 2.9	1.2958	9.2227	9.5594	9.9303
	57.2748	5.1	26 19.9	+2.76	58 6 28.26	+19.829	+0.013		+0.1	−5.0	−2.4	+0.4
104	73.1047	6.2	35 51.4	+2.60	73 33 33.0	+19.934		+ 0.2	1.3001	8.9622	9.4634	9.9219
	45.4321	5.1	42 3.8	+2.96	45 58 34.2	+19.984			+0.1	−9.8	−3.0	+0.3
105	60.2636	7.0	49 51.1	+2.97	60 24 29.9	+20.025		+ 0.6	1.3018	8.4751	9.3879	9.9362
	58.2685	6.3	56 27.5	+3.04	59 6 54.9	+20.043			0.0	−31.3	−4.1	+0.2

III. Tables pour le calcul des variations annuelles des valeurs a, b, c, d et de leurs logarithmes,

par M. M. NOUMEROFF et ZIMMERMANN.

En différentiant les expressions usuelles des a′, b′, c′, et d′ on obtient aisement les formules suivantes qui ont été employées pour la construction des Tables:

$$\Delta a' = - n \sin\alpha \; \Delta\alpha$$
$$\Delta b' = - \cos\alpha \; \Delta\alpha$$
$$\Delta c' = - \operatorname{tg}\varepsilon \; \sin\delta \; \Delta\delta - \cos\alpha \; \sin\delta \; \Delta\alpha - \sin\alpha \; \cos\delta \; \Delta\delta$$
$$\Delta d' = \cos\alpha \; \cos\delta \; \Delta\delta - \sin\alpha \; \sin\delta \; \Delta\alpha$$
$$\Delta\alpha \times 10^5 = (m + n \sin\alpha \; \operatorname{tg}\delta) \; \sin 1'' \times 10^5 = 22.3 + 9.72 \; \sin\alpha \; \operatorname{tg}\delta$$
$$\Delta\delta \times 10^5 = n \cos\alpha \; \sin 1'' \times 10^5 = 9.72 \cos\alpha$$

Les formules suivantes peuvent servir pour le calcul des variations annuelles des logarithmes des a′, b′, c′, d′:

$$\Delta \lg |a'| = \lambda \Delta a' = \frac{M}{a'} \Delta a'$$
$$\Delta \lg |b'| = \lambda \Delta b' = \frac{M}{b'} \Delta b'$$
$$\Delta \lg |c'| = \lambda \Delta c' = \frac{M}{c'} \Delta c'$$
$$\Delta \lg |d'| = \lambda \Delta d' = \frac{M}{d'} \Delta d'$$
$$M = 0.4343$$

Les valeurs $\Delta a'$, $\Delta b'$, $\Delta c'$ et $\Delta d'$ sont fournies directement par les Tables I, II, III et IV. La valeur absolue du facteur λ est donnée par la Table V avec l'argument $\log a'$, $\log b'$, $\log c'$ ou $\log d'$. On doit avoir en vue que la valeur du facteur λ dans la Table V est donnée pour le logarithme avec la caractéristique 8, avec la caractéristique 7 tous les nombres seront 10 fois plus grands, réciproquement, avec la caractéristique 9 ils seront 10 fois plus petits, etc.

$\Delta\, a' \times 10^4$

α \ δ	α \ δ	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	72°	74°	76°	78°	80°	82°
6ʰ	6ʰ	−61	−64	−68	−72	−78	−86	−98	−104	−112	−123	−136	−155	−183
5	7	−58	−61	−65	−69	−74	−82	−93	−99	−106	−116	−130	−146	−172
4	8	−51	−53	−56	−59	−64	−70	−79	−83	−89	−97	−107	−121	−142
3	9	−40	−41	−43	−45	−48	−52	−58	−61	−65	−70	−77	−86	−100
2	10	−26	−27	−28	−29	−31	−33	−36	−37	−39	−42	−45	−50	−57
1	11	−13	−13	−13	−13	−14	−14	−15	−16	−16	−17	−18	−19	−21
0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	13	11	10	10	10	9	9	8	8	7	6	5	4	2
22	14	18	17	16	15	14	12	9	7	5	3	0	−5	−12
21	15	23	22	20	18	15	11	5	2	−2	−7	−14	−24	−38
20	16	26	24	21	18	14	7	−2	−6	−12	−20	−30	−44	−65
19	17	28	25	21	17	12	4	−7	−13	−20	−30	−42	−60	−86
18	18	28	25	21	17	11	3	−9	−15	−23	−33	−47	−66	−94

$\Delta\, b' \times 10^5$

α \ δ	α \ δ	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	72°	74°	76°	78°	80°	82°
12ʰ	0ʰ	−22	−22	−22	−22	−22	−22	−22	−22	−22	−22	−22	−22	−22
11	1	−24	−24	−24	−25	−26	−27	−28	−29	−30	−31	−33	−35	−39
10	2	−23	−24	−24	−25	−27	−28	−31	−32	−34	−36	−39	−43	−49
9	3	−20	−21	−22	−23	−24	−26	−29	−31	−33	−35	−39	−43	−50
8	4	−15	−15	−16	−17	−18	−20	−23	−24	−26	−28	−31	−35	−41
7	5	−8	−8	−9	−9	−10	−11	−12	−13	−14	−16	−18	−20	−23
6	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	12	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22
23	13	20	19	19	18	17	16	15	14	13	12	10	8	4
22	14	16	15	14	13	12	10	8	6	5	2	0	−5	−11
21	15	12	11	10	9	7	5	2	1	−1	−4	−7	−12	−19
20	16	8	7	6	5	4	2	0	−2	−4	−6	−9	−13	−19
19	17	4	3	3	2	2	1	−1	−2	−3	−4	−6	−8	−12
18	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Pour calculer $\Delta\, b'$ entre $0^h - 6^h$ et entre $12^h - 18^h$ prendre les nombres fournis par la table; pour les valeurs de l'argument entre $12^h - 6^h$ et $24^h - 18^h$ on prend ces nombres avec le signe contraire.

$\Delta c' \times 10^5$

α \ δ	α \ δ	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	72°	74°	76°	78°	80°	82°
6^h	6^h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	7	8	8	9	10	11	12	14	14	15	17	19	21	24
4	8	14	15	17	18	20	22	25	26	28	30	33	37	43
3	9	18	20	22	24	26	28	32	34	36	38	42	46	54
2	10	20	22	24	26	28	31	34	36	37	40	43	47	53
1	11	20	22	23	25	27	29	31	32	34	35	37	39	43
0	12	17	19	20	22	23	24	25	25	25	26	26	26	26
23	13	13	15	16	17	18	17	16	16	15	15	13	11	8
22	14	9	10	11	12	12	11	9	8	7	5	2	— 2	— 8
21	15	6	6	7	7	7	6	4	2	0	— 2	— 5	—10	—16
20	16	3	3	4	4	3	2	0	— 1	— 2	— 5	— 7	—11	—17
19	17	1	2	2	1	1	0	— 1	— 1	— 2	— 3	— 5	— 7	—12
18	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Dans le calcul de $\Delta c'$ on prend directement les nombres de la Table pour la valeur de l'argument entre 6^h — 18^h; pour les valeurs entre 18^h — 6^h les nombres ont le signe contraire.

$\Delta d' \times 10^5$

α \ δ	α \ δ	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	72°	74°	76°	78°	80°	82°
6^h	6^h	—20	—23	—26	—30	—34	—39	—46	—50	—54	—60	—66	—76	—91
5	7	—18	—21	—24	—28	—32	—37	—44	—47	—51	—56	—64	—72	—85
4	8	—14	—17	—20	—23	—26	—31	—36	—39	—42	—46	—52	—59	—70
3	9	— 9	—11	—13	—16	—18	—22	—26	—28	—30	—33	—37	—42	—49
2	10	— 3	— 4	— 6	— 8	—10	—12	—14	—16	—17	—18	—20	—23	—27
1	11	3	2	1	0	— 2	— 3	— 4	— 5	— 5	— 6	— 7	— 8	— 9
0	12	7	7	6	6	5	4	3	3	3	2	2	2	1
23	13	10	10	10	9	8	8	7	6	6	5	5	4	2
22	14	12	11	11	10	10	8	7	6	4	3	1	— 1	— 5
21	15	11	11	11	10	9	7	4	2	1	— 2	— 6	—11	—18
20	16	10	10	10	9	7	4	0	— 2	— 5	— 9	—14	—21	—32
19	17	9	9	9	7	5	2	— 1	— 6	—10	—14	—20	—29	—42
18	18	9	9	8	7	5	1	— 4	— 7	—11	—16	—23	—32	—46

λ

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
8.0	43.4	42.4	41.5	40.5	39.6	38.7	37.8	37.0	36.1	35.3
8.1	34.4	33.7	33.0	32.2	31.5	30.8	30.0	29.4	28.7	28.0
8.2	27.4	26.8	26.2	25.6	25.0	24.4	23.9	23.3	22.8	22.3
8.3	21.8	21.3	20.8	20.3	19.8	19.4	19.0	18.5	18.1	17.7
8.4	17.3	16.9	16.5	16.1	15.8	15.4	15.1	14.7	14.4	14.0
8.5	13.7	13.4	13.1	12.8	12.5	12.2	12.0	11.7	11.4	11.2
8.6	10.9	10.7	10.4	10.2	9.9	9.7	9.5	9.3	9.1	8.9
8.7	8.7	8.5	8.3	8.1	7.9	7.7	7.5	7.4	7.2	7.0
8.8	6.9	6.7	6.6	6.4	6.3	6.1	6.0	5.9	5.7	5.6
8.9	5.5	5.3	5.2	5.1	5.0	4.9	4.8	4.7	4.5	4.4
9.0	4.3	4.2	4.2	4.0	4.0	3.9	3.8	3.7	3.6	3.5

Петроградъ. Типографія акц. общ. „СЛОВО“. Ул. Жуковскаго, № 21—23, соб. д.

Pour la latitude de Poulkovo la formule précédente donne

$$\mu = 1.17 \text{ cosec } \frac{T}{2}$$

Le tableau ci-après fournit les valeurs de μ pour diverses grandeurs de T.

T	μ
1^h	8.8
2	4.5
3	3.0
4	2.3

L'on voit ainsi clairement l'avantage que partent les observations matinales et de soir de paires d'étoiles sur les observations faites près de minuit.

C'est pourquoi je juge nécessaire, comme base du nouveau programme, de continuer les observations des paires d'étoiles depuis le lever jusqu'au coucher du soleil. Le très grand nombre d'observations ainsi obtenu servira à déterminer les termes solaires et lunaires, donnera la possibilité d'expliquer l'excès de clôture et, enfin, fournira le moyen d'étudier plus à fond les phénomènes si compliqués de la réfraction atmosphérique.

Plus loin, j'expose dans ses grands traits la méthode de traitement des observations, méthode différant quelque peu de celle habituellement adoptée. Le crois devoir dire que cela ne sera point ni la définitive ni la meilleure solution du problème, mais néanmoins cette méthode promet—au point de vue théorique—des résultats meilleurs que ceux fournis par la méthode d'enchaînement. Avant de parler de la réduction des observations, je veux dire quelques mots au sujet du programme même. Voici l'état en lequel je me le figure. Les 24 heures sidérales seront réparties en 24 groupes horaires. Dans chaque groupe il y aura de quatre à cinq au six paires. Chaque groupe peut être observé pendant six mois environ.

La réduction à la moyenne des groupes peut être faite aisément en formant les différences entre les diverses paires qui entrent dans le groupe donné. Admettons qu'un groupe contient n paires. La correction ou la réduction de la première paire à la moyenne du groupe sera, disons x_1; celle de la deuxième paire—x_2 . . . . . et celle de la n—ième paire—x_n.

Ces corrections satisfont à la condition:

$$x_1 + x_2 + x_3 \ldots\ldots + x_n = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

Les observations fournissent les différences:

$$x_i - x_j - \Delta_{ij} = 0 \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

i et j prennent toutes les valeurs entieres possibles, de l'unité à n, avec la condition $i > j$. Le nombre des équations des systèmes 1) et 2) s'exprime par

$$1 + \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}(n^2 - n + 2)$$

En appliquant la méthode des moindres carrés on est amené aux équations normales:

$$\begin{aligned} nx_1 &= \sum_{k=1}^{k=n} \Delta_{1k} \\ nx_2 &= \sum_{k=1}^{k=n} \Delta_{2k} \quad \ldots\ldots \quad 3) \\ \ldots\ldots & \\ nx_n &= \sum_{k=1}^{k=n} \Delta_{nk} \end{aligned}$$

Ce système donne directement les corrections pour ramener les valeurs respectives à la moyenne du groupe.

L'erreur moyenne qui conespond à l'unité de poids sera:

$$E_o = \sqrt{\frac{2\Sigma\delta^2}{n^2 - 3n + 2}}$$

Ici, par δ, j'entends les résidus après avoir substitué les valeurs de x.

L'erreur de l'un des x quelconque s'exprimera alors par la formule:

$$E_x = \frac{E_o}{\sqrt{n}}$$

Si nous designons par m la moyenne du nombre des soirées ayant serv à déterminer les différences $x_i - x_j$, nous obtiendrons l'erreur d'observation d'une paire au moyen de la formule:

$$E_1 = \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot E_o$$

Il est indispensable de faire les remarques suivantes:

1°) Les formules indiquées plus haut ne seront exactes qu'à poids égaux, ce qui—dans la pratique—sera toujours très proche de la verité.

2° Si, tous les soirs, notre groupe était toujours observé en entier, il ne serait pas nécessaire de recourir au mode susindiqué.

3° Lors de la détermination de l'une quelconque des différences $\varkappa_i - \varkappa_j = \Delta ij$, il faut avant tout éliminer l'influence des erreurs systématiques dépendant de l'instrument.

Les méthodes ci—dessus exposées pour ramener toutes les paires à la moyenne de leur groupe seraient tout à fait parfaites s'il n'existait point de variations de courte période du pôle, ou de la ligne verticale, ou enfin de la réfraction. S'il se produit des phénomènes de courte période la méthode susindiquée n'est plus—au point de vue théorique—complètement persuasive, mais—au point de vue pratique—elle demeure parfaite. Les observations d'un groupe durent en effet une heure environ; conséquemment, ramenant toutes les paires à la moyenne du groupe, l'erreur que je commettrais serait inférieure à 0.02 de l'amplitude du terme de courte période, ce qui, cela va de soi, ne saurait représenter une grandeur appréciable. C'est la raison pour laquelle nous considérons toutes les observations comme, pour ainsi dire, concentrèes en les 24 groupes.

Le travail ultérieur se ramène, dans ses grandes lignes, à ce qui suit. Nous formons la différence des distances zénithales de deux groupes quelconques pendant le durée totale des observations d'une soirée. Ces différences ne dépendront point du terme de Chandler ainsi que du terme annuel. Les modifications que ces différences pourront subir avec le temps peuvent s'expliquer par: 1) les différences du mouvement propre, 2) les termes solaires et lunaires, 3) les correction de la constante d'aberration, 4) la correction de la constante de nutation, 5) les erreurs de l'évaluation d'un pas de vis du micromètre et les changements de sa valeur avec le temps. Il faut remarquer qu'il est tout à fait superflu d'introduire des corrections pour la courbure du parallèle et pour la réfraction différentielle. La première de ces corrections a, à proprement parler, une valeur constante quand la méthode d'observation est uniforme et les variations que cette correction peut subir doivent être plutôt attribuées au changement de l'équation personnelle des observateurs, la seconde a le caractère du mouvement propre.

La moyenne de toutes les différences fournies par deux groupes observés durant l'année sera exempte des termes lunaires, puisque la combinaison de deux groupes se continue toujours pendant quelques mois. En établissant des différences moyennes de ce genre pour chacune des années d'observation, nous serons très proches de la vérité, considérant que l'aberration et les termes solaires exercent chaque année une influence identique sur les différences moyennes, puisque la combinaison de deux groupes sera observée chaque année

à peu près à la même époque. Les changements des conditions météorologiques ne peuvent donner lieu qu'à des variations insignifiantes. Ainsi, nous sommes en droit de dire que les variations des différences moyennes de deux groupes, d'année en année, dépendent presque exclusivement de la nutation, du mouvement propre et de la vis micrométrique. En d'autres termes les modifications que subiraient avec le temps les différences moyennes peuvent être considérées: primo—comme des termes proportionnels à la première et à la seconde puissance du temps et secundo—comme un terme périodique de la période de 18 ans. Il est facile d'établir les équations dont la solution nous donnera la correction à apporter à la valeur admise de la constante de la nutation; de même, nous déterminerons les variations des différences des distances zénithales de deux paires proportionnellement à la première et à la seconde puissance du temps. Si les observations ne durent qu'un nombre restreint d'années, il va de soi qu'il ne serait guère possible de déterminer tant les corrections à apporter à la constante de la nutation que le terme en t^2. Il faudrait se contenter seulement de déterminer les différences du mouvement propre.

Examinons de nouveau les différences des distances zénithales de deux groupes dans la courant d'une année quelconque. Ces différences dépendront maintenant uniquement des termes solaires et lunaires et de la différence réelle (entiérement affranchie de toutes influences) des deux groupes.

Toutes les recherches possibles concernant la constante d'aberration et l'existence de termes diurnes ne peuvent être tentées qu'en prenant pour base les différences des distances zénithales des groupes. Si ces tentatives étaient infructueuses, on pourrait avoir recours de nouveau à la méthode d'enchainement et chercher la valeur de l'excès de clôture en combinant entre eux différents groupes. Les considérations théoriques ci-dessus exposées permettent d'espérer qn'il sera possible de dégager l'influence de l'aberration sur l'excès de clôture de toutes les autres causes de caractère diurne ou annuel.

1916. № 74.

ИЗВѢСТІЯ

НИКОЛАЕВСКОЙ ГЛАВНОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРІИ.

Томъ VII, 2.

BULLETIN

DE L'OBSERVATOIRE CENTRAL NICOLAS À POULKOVO.

Vol. VII, 2.

Къ вопросу о вычисленіи орбиты девятаго спутника Юпитера.

М. ВИЛЬЕВА

Въ настоящее время вопросъ объ опредѣленіи орбиты спутника планеты, подвергающагося при своемъ движеніи значительнымъ возмущеніямъ со стороны солнца, получилъ особое значеніе благодаря открытію восьмого и девятаго спутника Юпитера. Съ теоретической стороны методъ рѣшенія подобныхъ вопросовъ былъ указанъ Laplace'омъ и разобранъ A. O. Leuschner'омъ (Publ. Lick. Obs. 7. pt. 9) и съ достаточнымъ успѣхомъ примѣненъ на дѣлѣ въ двухъ указанныхъ случаяхъ.

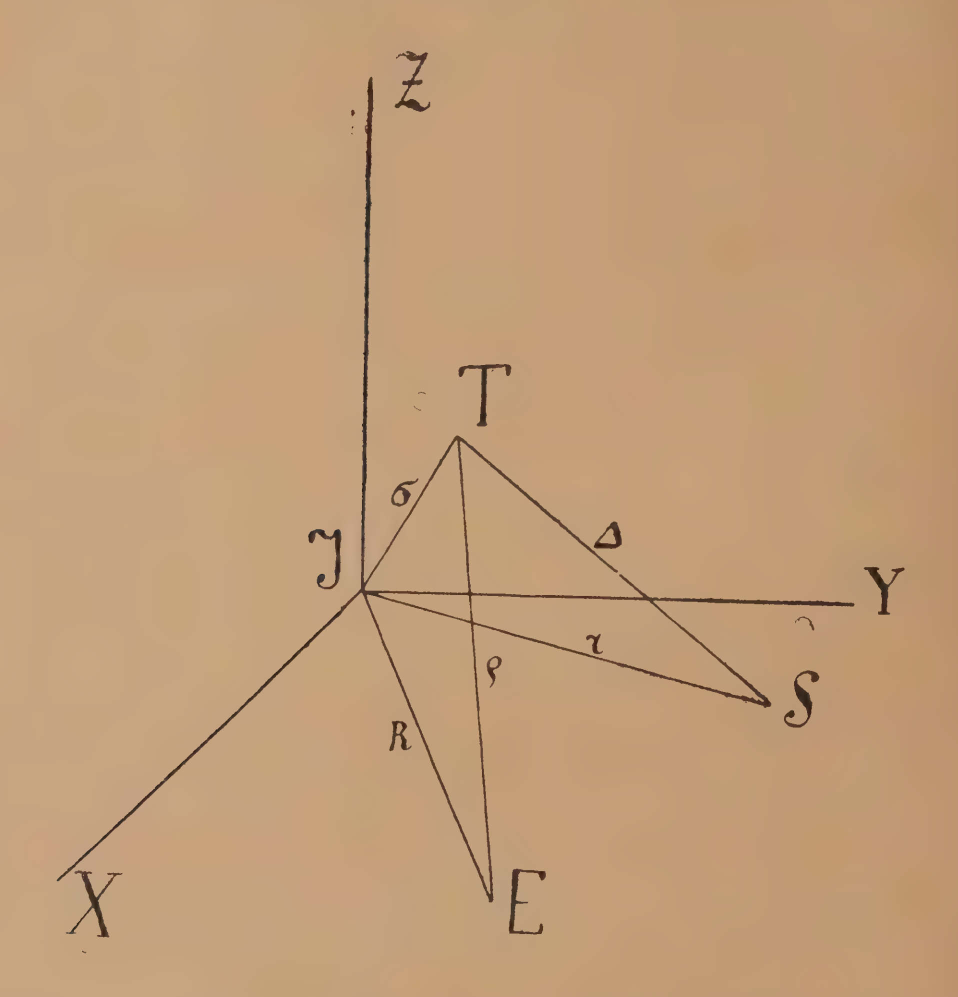
Я позволяю себѣ здѣсь привести нѣсколько иныя формулы, представляющія, по моему мнѣнію, нѣкоторыя преимущества, сравнительно съ формулами Leuschner'a.

Примемъ начало прямоугольныхъ координатъ въ центрѣ Юпитера J (см. черт.). Оси координатъ выбираемъ по экваторіальной или эклиптикальной системѣ, смотря по тому, въ какихъ координатахъ опредѣлено видимое съ земли движеніе Юпитера и его спутника. На чертежѣ T есть положеніе спутника, прямоугольныя координаты котораго назовемъ ξ, η, ζ. Разстояніе его отъ Юпитера JT обозначаемъ черезъ σ. Пусть λ, β и R — полярныя геоцентрическія координаты Юпитера; тогда іовицентрическія координаты земли E получаются по формуламъ

$$X = -R\cos\beta\cos\lambda$$
$$Y = -R\cos\beta\sin\lambda$$
$$Z = -R\sin\beta$$

Если l, b и r — геліоцентрическія полярныя координаты Юпитера, то координаты x, y, z солнца S относительно принятой системы осей опредѣляются изъ выраженій

$$x = -r \cos b \cos l$$
$$y = -r \cos b \sin l$$
$$z = -r \sin b$$



Кромѣ того вводимъ въ разсмотрѣніе разстоянія $TS = \Delta = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$ и $ET = \rho = \sqrt{(X-\xi)^2 + (Y-\eta)^2 + (Z-\zeta)^2}$.

Обозначая полярныя геоцентрическія координаты спутника черезъ α и δ, получаемъ соотношенія

$$\begin{aligned} \rho \cos\delta \cos\alpha + X &= \xi \\ \rho \cos\delta \sin\alpha + Y &= \eta \qquad (1) \\ \rho \sin\delta \quad + Z &= \zeta \end{aligned}$$

Называя массы Юпитера и солнца соотвѣтственно m и $M_\odot$, пишемъ дифференціальныя уравненія движенія спутника въ видѣ

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + k^2 m \frac{\xi}{\sigma^3} = k^2 M_\odot \left\{ \frac{x-\xi}{\Delta^3} - \frac{x}{r^3} \right\}$$
$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + k^2 m \frac{\eta}{\sigma^3} = k^2 M_\odot \left\{ \frac{y-\eta}{\Delta^3} - \frac{y}{r^3} \right\}$$
$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + k^2 m \frac{\zeta}{\sigma^3} = k^2 M_\odot \left\{ \frac{z-\zeta}{\Delta^3} - \frac{z}{r^3} \right\}$$

Вводя въ разсмотрѣніе уголъ H между радіусами-векторами r и σ, получаемъ извѣстныя соотношенія:

$$\cos H = \frac{x\xi + y\eta + z\zeta}{r\sigma}$$
$$\Delta^2 = r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \cos H$$
$$\frac{1}{\Delta^3} = \frac{1}{r^3} + 3\frac{\sigma}{r^4}\cos H + \left(\frac{15}{2}\cos^2 H - \frac{3}{2}\right)\frac{\sigma^2}{r^5} + \left(\frac{35}{2}\cos^3 H - \frac{15}{2}\cos H\right)\frac{\sigma^3}{r^6} +$$
$$+ \left(\frac{315}{8}\cos^4 H - \frac{105}{4}\cos^2 H + \frac{15}{8}\right)\frac{\sigma^4}{r^7} + \left(\frac{693}{8}\cos^5 H - \frac{315}{4}\cos^3 H + \frac{105}{8}\cos H\right)\frac{\sigma^5}{r^8} + \cdots$$

или вообще $\frac{1}{\Delta^3} = \frac{1}{r^3} + \sum_1^\infty P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^{n+3}}$

гдѣ

$$P_n^{(3)} = \frac{3.5.7\ldots 2n+1}{1.2.3\ldots n} \left\{ \cos^n H - \frac{n(n-1)}{2(2n+1)} \cos^{n-2} H + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.4.(2n+1)(2n-1)} \cos^{n-4} H - \cdots \right\}$$

Послѣ этого вторыя части дифференціальныхъ уравненій принимаютъ видъ

$$k^2 M_\odot \left\{ \frac{x-\xi}{\Delta^3} - \frac{x}{r^3} \right\} = -\frac{k^2 M_\odot}{r^3}\xi + k^2 M_\odot \sum_1^\infty \frac{x-\xi}{r^3} P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^n}$$

$$k^2 M_\odot \left\{ \frac{y-\eta}{\Delta^3} - \frac{y}{r^3} \right\} = -\frac{k^2 M_\odot}{r^3}\eta + k^2 M_\odot \sum_1^\infty \frac{y-\eta}{r^3} P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^n}$$

$$k^2 M_\odot \left\{ \frac{z-\zeta}{\Delta^3} - \frac{z}{r^3} \right\} = -\frac{k^2 M_\odot}{r^3}\zeta + k^2 M_\odot \sum_1^\infty \frac{z-\zeta}{r^3} P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^n}$$

Вводя для краткости обозначенія

$$I_x = \cos\delta \cos\alpha; \quad II_x = 2\frac{dI_x}{dt}; \quad III_x = \frac{d^2 I_x}{dt^2}; \quad X'' = \frac{d^2 X}{dt^2}$$
$$I_y = \cos\delta \sin\alpha; \quad II_y = 2\frac{dI_y}{dt}; \quad III_y = \frac{d^2 I_y}{dt^2}; \quad Y'' = \frac{d^2 Y}{dt^2}$$
$$I_z = \sin\delta; \quad II = 2\frac{dIz}{dt}; \quad III = \frac{d^2 Iz}{dt^2}; \quad Z'' = \frac{d^2 Z}{dt^2}$$

и принимая во вниманіе соотношенія (1) приводимъ дифференціальныя уравненія движенія къ виду:

$$\left.\begin{aligned}
&I_x \frac{d^2\rho}{dt^2} + II_x \frac{d\rho}{dt} + III_x \rho + X'' = -\frac{k^2 m}{\sigma^3}[I_x \rho + X] - \frac{k^2 M_\odot}{r^3}[I_x \rho + X] + \\
&\qquad + \frac{k^2 M_\odot}{r^3}[x - X - I_x \rho] \sum_1^\infty P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^n} \\
&I_y \frac{d^2\rho}{dt^2} + II_y \frac{d\rho}{dt} + III_y \rho + Y'' = -\frac{k^2 m}{\sigma^3}[I_y \rho + Y] - \frac{k^2 M_\odot}{r^3}[I_y \rho + Y] + \\
&\qquad + \frac{k^2 M_\odot}{r^3}[y - Y - I_y \rho] \sum_1^\infty P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^n} \\
&I_z \frac{d^2\rho}{dt^2} + II_z \frac{d\rho}{dt} + III_z \rho + Z'' = -\frac{k^2 m}{\sigma^3}[I_z \rho + Z] - \frac{k^2 M_\odot}{r^3}[I_z \rho + Z] + \\
&\qquad + \frac{k^2 M_\odot}{r^3}[z - Z - I_z \rho] \sum_1^\infty P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^n}
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Исключая изъ нихъ $\frac{d\rho}{dt}$ и $\frac{d^2\rho}{dt^2}$ и обозначая черезъ A, B, C и D получающіеся опредѣлители

$$A = \begin{vmatrix} I_x & II_x & III_x \\ I_y & II_y & III_y \\ I_z & II_z & III_z \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} I_x & II_x & X'' \\ I_y & II_y & Y'' \\ I_z & II_z & Z'' \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} I_x & II_x & X \\ I_y & II_y & Y \\ I_z & II_z & Z \end{vmatrix} \qquad D = \begin{vmatrix} I_x & II_x & x - X \\ I_y & II_y & y - Y \\ I_z & II_z & z - Z \end{vmatrix}$$

получаемъ основное уравненіе, служащее для опредѣленія орбиты, въ видѣ

$$A\rho + B + k^2 C \left(\frac{m}{\sigma^3} + \frac{M_\odot}{r^3}\right) = \frac{k^2 M_\odot}{r^3} D \sum_1^\infty P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^n} \qquad (3)$$

Въ томъ случаѣ, когда при первоначальномъ опредѣленіи орбиты остается открытымъ вопросъ, принадлежатъ ли полученныя наблюденія спутнику Юпитера, или относятся къ какому-нибудь другому объекту, случайно находящемуся недалеко отъ Юпитера, имѣютъ извѣстный интересъ два частныхъ пред-

Абсолютныя возмущенія планеты (55) Pandora отъ Юпитера и Сатурна.

М. ВИЛЬЕВА.

Изъ работъ, посвященныхъ вычисленію абсолютныхъ возмущеній планеты (55) Pandora, въ астрономической литературѣ имѣется статья A. Möller'a [1]), содержащая результаты вычисленій возмущеній перваго порядка отъ Юпитера и Сатурна по способу Hansen'a. Самъ Möller не воспользовался результатами своей работы для вычисленія хотя бы приближенныхъ таблицъ движенія планеты, а употреблялъ аналитическія выраженія возмущеній исключительно для контроля вычисленій частныхъ возмущеній, повидимому не довѣряя достаточной точности отдѣльныхъ членовъ въ выраженіяхъ абсолютныхъ возмущеній. Возмущенія той же планеты были вычислены D. T. Wilson'омъ, составившимъ таблицы для приблизительнаго опредѣленія абсолютныхъ возмущеній малыхъ планетъ группы Минервы (среднее движеніе около 750″) по групповому методу K. Bohlin'a [2]). Вычисленія эти скорѣе показываютъ, что въ таблицахъ Wilson'a нѣтъ значительныхъ ошибокъ и принятая въ нихъ степень точности разложеній по степенямъ эксцентриситетовъ и наклонностей достаточна для поставленной цѣли, но не могутъ служить достаточнымъ контролемъ вычисленій A. Möller'a. Въ литературѣ мнѣ встрѣтилось ещѳ указаніе [3]), что берлинскій Rechen-Institut свелъ въ таблицы главные члены возмущенія разсматриваемой планеты, пользуясь результатами A. Möller'a, и что составленные такимъ образомъ таблицы представляютъ наблюденныя мѣста съ точностью до 30″ по обѣимъ координатамъ.

Въ виду этого извѣстный интересъ представляетъ новое опредѣленіе абсолютныхъ возмущеній планеты (55) Pandora, хотя главной причиной остановить

---

[1]) Axel Möller. Allgemeine Störungen der Pandora (Astron. Nachr. № 1791).

[2]) Tables for the computation of the Jupiter perturbations of the group of small planets whose mean daily motions are in the neighbourhood of 750″ by D. T. Wilson. (Astronomiska iakttagelser och undersökningar å Stockholms observatorium. Band 10. № 1).

[3]) J. Hoelling. Untersuchungen über die Bewegung des Planeten (13) Egeria. (Astr. Abh. als Erg.-Kefte zu den Astr. Nachr. № 12, p. 2).

свой выборъ на этой планетѣ, а не на какой-либо другой, возмущенія которой еще не вычислялись, было у меня желаніе практически ознакомиться съ примѣненіемъ къ малымъ планетамъ способа Hansen'a, являющагося, несмотря на полъ вѣка, протекшихъ со времени его появленія, наиболѣе удобнымъ и совершеннымъ изъ всѣхъ, предложенныхъ въ разное время для той же цѣли. Элементы возмущаемой планеты приняты по Berliner Astronom. Jahrbuch кромѣ средняго движенія, для котораго взята его средняя величина по A. Möller'y.

(55) Pandora.

Эпоха и оскуляція 1911 марта 19.5 ср. Берл. вр.

M =	156° 46′ 0″.0	
ω =	0 46 56.4	1910.0
☊ =	11 13 41.5	1910.0
i =	7 13 26.0	1910.0
φ =	8 18 56.3	
n =	773″.80986	

Для Юпитера и Сатурна значенія элементовъ (среднихъ) принято по Hill'y [1]).

Юпитеръ.	Эпоха 1850 Января 0.0 ср. Берл. вр.		Сатурнъ.	Эпоха 1850 Января 0.0 ср. Берл. вр.
M′ =	148° 1′ 46″.68		M′ =	284° 42′ 55″.94
π′ =	11 54 26.72	1850.0	π′ =	90 6 39.53
☊′ =	98 55 58.16	1850.0	☊′ =	112 20 51.38
i′ =	1 18 41.81	1850.0	i′ =	2 29 39.26
φ′ =	2 45 56.93		φ′ =	3 12 49.42
n′ =	299″.12837656		n′ =	120″.45504214
log a′ =	0.71623737		log a′ =	0.97949571
m′ =	$\frac{1}{1047.355}$		m′ =	$\frac{1}{3501.6}$

Вычисленіе абсолютныхъ возмущеній было выполнено по тому способу, по которому Hansen опредѣлилъ возмущенія перваго порядка планеты (13) Egeria, съ той только разницей, что я не воспользовался всѣми контролями вычисленій, составляющими весьма выгодную сторону способа Hansen'a. Общимъ контролемъ въ данномъ случаѣ можетъ служить весьма удовлетворительное согласіе полу-

[1]) J. Bauschinger. Tafeln zur theoretischen Astronomie. p. 148.

ченныхъ окончательныхъ выраженій возмущеній перваго порядка съ результатами вычисленій А. Möller'а.

Возмущенія отъ Марса также были опредѣлены А. Möller'омъ. Я въ данномъ случаѣ ограничился приближеннымъ вычисленіемъ вѣковыхъ возмущеній элементовъ по способу Gauss'а [1]), которыя затѣмъ превратилъ въ вѣковыя возмущенія координатъ $n\delta z$, ν и $\frac{u}{\cos i}$.

Въ слѣдующихъ таблицахъ сопоставлены числовыя значенія полученныхъ коэффиціентовъ. Вѣковыя и независящія отъ аномаліи возмущающаго свѣтила возмущенія соединены вмѣстѣ въ таблицѣ I. Форма аргументовъ обычная для способа Hansen'а т. е.

$$i\,\varepsilon + i'\left(M' + \frac{n'}{n}(\varepsilon - M)\right),$$

гдѣ ε—эксцентрическая аномалія возмущаемой планеты, M—ея средняя аномалія, M′—средняя аномалія Юпитера или Сатурна.

I. Вѣковыя возмущенія.

i i′	$n\delta z$		ν		$\frac{u}{\cos i}$	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
0 0				— 22.76		— 1.56
0 0				— 0.02651 nt		— 0.72541 nt
1 0	+ 577.02	+ 599.23	+ 302.46	— 287.39	+ 23.62	+ 15.92
1 0	+ 0.35721 nt	— 9.60873 nt	— 4.80436 nt	— 0.18236 nt	+ 1.13075 nt	+ 5.07540 nt
2 0	— 20.12	— 21.69	+ 0.21	— 0.42	— 0.43	— 0.09
2 0	— 0.01368 nt	+ 0.33732 nt				
3 0	— 0.05	— 0.02	0.00	+ 0.03	+ 0.01	+ 0.01

II. Періодическія возмущенія отъ Юпитера.

i i′	$n\delta z$ sin	$n\delta z$ cos	ν sin	ν cos	$\frac{u}{\cos i}$ sin	$\frac{u}{\cos i}$ cos
—2 —1	+ 0.13	— 0.03	+ 0.02	+ 0.04	— 0.08	+ 0.03
—1 —1	— 1.86	+ 0.76	— 0.55	— 1.45	+ 2.35	— 0.48
0 —1	— 24.02	+ 1.32	— 0.24	+ 3.82	+ 8.00	— 0.95
1 —1	— 226.39	+ 1.54	+ 0.59	+ 75.87	— 2.46	+ 1.62
2 —1	— 1.59	— 0.19	— 0.09	+ 5.39	+ 3.92	+ 0.87
3 —1	+ 0.72	+ 0.09	+ 0.09	— 0.29	— 0.26	— 0.05
4 —1	— 0.03	0.00	0.00	+ 0.01	+ 0.01	0.00

[1]) G.-W. Hill. On Gauss's method of computing secular perturbations. Astronomical Papers. t. I.

i i′	nδz		ν		$\frac{u}{\cos i}$	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
—2 —2	— 0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	— 0.01
—1 —2	+ 0.26	+ 0.02	+ 0.04	+ 0.02	— 0.29	+ 0.08
0 —2	+ 7.94	— 2.79	+ 0.92	— 6.99	— 10.13	+ 2.36
1 —2	+ 767.23	— 15.92	— 2.46	— 153.46	+ 11.26	— 2.28
2 —2	+ 468.11	— 7.47	— 5.07	— 272.14	+ 2.47	— 1.46
3 —2	— 19.94	+ 0.32	— 0.03	+ 0.96	+ 0.92	+ 0.19
4 —2	+ 0.22	+ 0.04	+ 0.02	— 0.10	— 0.08	— 0.02
5 —2	— 0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
—1 —3	— 0.01	0.00	+ 0.01	0.00	+ 0.02	— 0.01
0 —3	+ 0.77	— 0.24	+ 0.09	+ 0.26	— 1.28	+ 0.44
1 —3	+ 13.21	+ 6.42	— 1.32	— 9.84	— 4.56	+ 1.12
2 —3	+ 176.57	— 7.63	— 3.69	— 84.32	— 21.79	— 5.31
3 —3	+ 35.42	— 0.84	— 0.81	— 30.49	+ 0.18	— 0.18
4 —3	— 1.86	+ 0.03	— 0.02	+ 0.36	+ 0.29	+ 0.06
5 —3	+ 0.05	+ 0.01	+ 0.01	— 0.03	— 0.02	0.00
0 —4	— 0.01	+ 0.01	— 0.01	0.00	+ 0.04	— 0.02
1 —4	+ 0.18	+ 0.12	+ 0.13	+ 0.79	+ 0.62	— 0.21
2 —4	— 23.05	+ 4.43	+ 1.32	+ 8.21	— 0.82	+ 0.26
3 —4	— 19.46	+ 0.91	+ 0.69	+ 10.95	— 3.46	+ 0.79
4 —4	+ 10.28	— 0.34	— 0.25	— 7.59	+ 0.04	— 0.06
5 —4	— 0.64	+ 0.03	+ 0.02	+ 0.09	+ 0.09	+ 0.02
6 —4	+ 0.02	+ 0.01	+ 0.01	— 0.02	— 0.02	0.00
0 —5	+ 0.01	0.00	0.00	0.00	+ 0.02	— 0.01
1 —5	+ 0.21	— 0.15	— 0.01	— 0.18	— 0.47	+ 0.21
2 —5	+ 52.31	— 15.16	— 1.25	— 5.41	— 0.39	+ 0.07
3 —5	+ 36.29	— 6.57	— 3.64	— 19.41	+ 4.61	— 1.32
4 —5	— 4.62	+ 0.40	+ 0.15	+ 1.96	— 0.72	+ 0.18
5 —5	+ 3.03	— 0.12	— 0.09	— 2.47	+ 0.02	— 0.03
6 —5	— 0.18	+ 0.03	+ 0.02	+ 0.03	+ 0.03	+ 0.02
7 —5	+ 0.01	0.00	— 0.01	— 0.02	— 0.01	0.00
1 —6	0.00	+ 0.01	+ 0.01	— 0.02	0.00	— 0.01
2 —6	— 0.09	+ 0.02	— 0.04	— 0.15	— 0.06	+ 0.03
3 —6	+ 2.31	— 0.58	— 0.29	— 0.94	+ 0.22	— 0.10
4 —6	+ 1.39	— 0.26	— 0.16	— 0.83	+ 0.23	— 0.08
5 —6	— 0.96	+ 0.07	+ 0.04	+ 0.76	— 0.21	+ 0.05
6 —6	+ 1.01	— 0.04	+ 0.04	— 0.92	— 0.02	+ 0.01
7 —6	— 0.07	+ 0.01	0.00	0.00	0.00	0.00

i i′	nδz		ν		u / cos i	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
2 — 7	— 0.01	+ 0.01	0.00	+ 0.01	0.00	0.00
3 — 7	— 0.59	+ 0.28	+ 0.08	+ 0.19	0.00	+ 0.01
4 — 7	— 0.63	+ 0.19	+ 0.12	+ 0.42	— 0.09	+ 0.04
5 — 7	+ 0.32	— 0.06	— 0.04	— 0.23	+ 0.06	— 0.04
6 — 7	— 0.33	+ 0.03	+ 0.02	+ 0.22	— 0.07	+ 0.02
7 — 7	+ 0.37	— 0.02	— 0.02	— 0.30	— 0.01	+ 0.01
8 — 7	— 0.01	— 0.01	0.00	+ 0.02	+ 0.01	0.00
2 — 8	— 0.03	— 0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
3 — 8	+ 0.38	— 0.15	+ 0.02	+ 0.05	0.00	0.00
4 — 8	— 0.64	+ 0.27	+ 0.13	+ 0.29	— 0.06	+ 0.03
5 — 8	— 0.12	+ 0.03	+ 0.04	+ 0.07	— 0.02	+ 0.02
6 — 8	+ 0.09	— 0.02	— 0.03	— 0.07	+ 0.02	— 0.01
7 — 8	— 0.12	+ 0.01	+ 0.01	+ 0.08	— 0.03	0.00
8 — 8	+ 0.13	0.00	0.00	— 0.12	0.00	0.00
4 — 9	+ 0.04	— 0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
5 — 9	+ 0.04	— 0.02	— 0.01	— 0.02	0.00	0.00
6 — 9	— 0.04	+ 0.01	+ 0.02	+ 0.02	— 0.01	0.00
7 — 9	+ 0.04	— 0.01	— 0.01	— 0.04	+ 0.01	+ 0.01
8 — 9	— 0.05	+ 0.01	0.00	+ 0.04	0.00	0.00
9 — 9	+ 0.04	0.00	0.00	— 0.03	0.00	0.00
5 —10	— 0.04	0.00	0.00	+ 0.01	0.00	0.00
6 —10	+ 0.02	+ 0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
7 —10	— 0.01	0.00	0.00	+ 0.01	0.00	0.00
8 —10	+ 0.02	0.00	— 0.01	+ 0.01	0.00	0.00
9 —10	— 0.02	0.00	0.00	+ 0.02	0.00	0.00
10 —10	+ 0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

III. Періодическія возмущенія отъ Сатурна.

i i′	nδz sin	nδz cos	ν sin	ν cos	u / cos i sin	u / cos i cos
—2 — 1	+ 0.01	— 0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
—1 — 1	+ 0.19	+ 0.17	— 0.08	+ 0.13	— 0.10	— 0.13
0 — 1	+ 1.49	+ 1.82	+ 0.26	+ 0.17	— 0.02	— 0.13
1 — 1	— 0.81	+ 7.03	+ 0.07	+ 0.36	+ 0.03	+ 0.02
2 — 1	+ 0.08	— 0.12	+ 0.06	— 0.04	+ 0.02	— 0.04
3 — 1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

i i′	nδz		ν		$\frac{u}{\cos i}$	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
—1 —2	— 0.01	+ 0.02	— 0.01	+ 0.01	+ 0.02	0.00
0 —2	— 0.32	+ 0.14	— 0.18	+ 0.42	+ 0.17	— 0.01
1 —2	— 10.74	— 3.12	— 1.46	+ 4.07	— 0.72	— 0.04
2 —2	— 3.26	— 1.42	— 0.97	+ 2.44	— 0.01	0.00
3 —2	+ 0.19	+ 0.06	0.00	— 0.02	0.00	0.00
0 —3	— 0.05	0.00	— 0.05	+ 0.03	+ 0.03	+ 0.02
1 —3	— 1.47	— 1.68	— 0.67	+ 0.55	— 0.09	— 0.07
2 —3	— 0.46	— 1.20	— 0.78	+ 0.41	+ 0.01	— 0.09
3 —3	— 0.17	+ 0.30	+ 0.20	+ 0.14	0.00	0.00
4 —3	+ 0.01	— 0.01	+ 0.01	— 0.02	0.00	0.00
0 —4	0.00	— 0.01	— 0.01	0.00	0.00	0.00
1 —4	— 0.07	— 0.45	— 0.15	+ 0.01	+ 0.01	— 0.01
2 —4	+ 0.16	— 0.32	— 0.26	— 0.07	+ 0.03	— 0.03
3 —4	— 0.12	+ 0.04	+ 0.04	+ 0.09	— 0.01	— 0.02
4 —3	+ 0.04	+ 0.02	+ 0.02	— 0.02	0.00	0.00
1 —5	+ 0.05	— 0.07	— 0.01	0.00	0.00	0.00
2 —5	+ 0.12	— 0.03	— 0.03	— 0.06	— 0.02	— 0.01
3 —5	— 0.03	— 0.03	— 0.03	+ 0.02	— 0.01	— 0.01
4 —5	+ 0.01	+ 0.02	+ 0.02	+ 0.01	0.00	0.00
5 —5	0.00	— 0.01	0.00	— 0.02	0.00	0.00
1 —6	+ 0.05	— 0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
2 —6	+ 0.06	+ 0.04	+ 0.01	— 0.03	0.00	0.00
3 —6	+ 0.02	— 0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
4 —6	0.00	+ 0.01	+ 0.01	— 0.01	0.00	0.00
5 —6	— 0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Постоянныя интегрированія опредѣлены для того же момента оскуляціи 1858 Декабря 30.0, какъ и у A. Möller'a.

Приведенными выраженіями возмущеній я предполагаю воспользоваться для составленія таблицъ движенія разсматриваемой планеты.

Абсолютныя возмущенія планеты (1) Ceres отъ Юпитера, Сатурна и Марса.

М. ВИЛЬЕВА.

Изъ главныхъ малыхъ планетъ — Цереры, Паллады, Юноны и Весты — вполнѣ удовлетворительную теорію движенія имѣетъ только послѣдняя, благодаря многолѣтнимъ работамъ Leveau. Частныя возмущенія остальныхъ вычислялись до сихъ поръ по методу механическихъ квадратуръ, хотя абсолютнымъ возмущеніямъ Паллады посвящены недавно опубликованныя изслѣдованія Gauss'a (Werke Bd. VII изд. 1906 г.) и одна работа Tisserand'a [1]), а общія выраженія возмущеній Юноны были въ свое время даны Л. Ѳ. Беркевичемъ, воспользовавшимся для этой цѣли методомъ Hansen'a [2]).

Хотя Церера и была первой открытой малой планетой, однако вполнѣ удовлетворительной теоріи она до сихъ поръ не имѣетъ. Вскорѣ послѣ ея открытія Burckhardt опредѣлилъ главные члены ея возмущеній отъ Юпитера, пользуясь для этого формулами Небесной Механики Laplace'a. Въ то же время Gauss [3]), имя котораго тѣсно связано съ первой малой планетой, далъ со своей стороны числовыя значенія возмущеній геліоцентрической долготы, радіуса вектора и широты Цереры, ограничившись при этомъ только вѣковыми членами и первыми степенями эксцентриситетовъ. На основаніи послѣднихъ онъ вычислилъ таблицы движенія Цереры, которыя впрочемъ впослѣдствіи не употреблялись. Значительно позже Damoiseau [4]) получилъ возмущенія Цереры и Юноны по методу Laplace'a, принимая во вниманіе значительно большее число членовъ въ разложеніяхъ и доведя приближеніе въ нѣкоторыхъ мѣстахъ до пятыхъ степеней эксцентриситетовъ и наклонностей. Несмотря на это, послѣднюю работу нельзя считать удовлетворяющей всѣмъ требованіямъ современной небесной механики, такъ какъ ввиду значительнаго эксцентриситета и большой наклонности Церера лежитъ внѣ области успѣшной примѣнимости теоріи Laplace - Leverrier.

Въ 1874 г. G. W. Hill предложилъ особый способъ вычисленія общихъ возмущеній малыхъ планетъ и въ качествѣ примѣра приложилъ формулы къ опредѣленію возмущеній геліоцентрической долготы, широты и логариѳма ра-

---

[1]) F. Tisserand. Mémoire sur le développement de la fonction perturbatrice etc. (Annales de l'Observatoire de Paris, t. XV).

G. Struve. Die Darstellung der Pallasbahn durch die Gauss'sche Theorie für den Zeitraum 1803 bis 1910. (Berlin 1911).

[2]) Astronom. Nachr. Bd. 72 p. 171, 175, 290.

[3]) Gauss. Werke Bd. VI p. 199—313.

[4]) Connaissance des Temps, 1846. Additions p. 32.

діуса-вектора Цереры [1]). Работа была окончена и напечатана только въ 1896 г. [2]). Выраженія возмущающихъ силъ были разложены въ тригонометрическіе ряды по способу механической квадратуры, а въ выраженіяхъ возмущеній приняты во вниманіе всѣ члены, могущіе имѣть какое-либо значеніе. Независимой перемѣнной взята истинная аномалія Цереры, что значительно упростило какъ формулы возмущеній, такъ и самыя вычисленія. Полученныя выраженія возмущеній были употреблены для вывода среднихъ элементовъ орбиты Цереры путемъ сравненія ихъ съ 10 нормальными мѣстами, обнимающими время отъ 1802 г. до 1890 г. Послѣднія были представлены исправленными элементами съ точностью до 40″ по геліоцентрической долготѣ и 20″ по широтѣ. Остающіяся разницы зависятъ отъ возмущеній порядка выше перваго, не принятыхъ совершенно во вниманіе.

G. W. Hill опредѣлилъ только возмущенія отъ Юпитера по своему способу, а возмущенія отъ Сатурна и Марса взялъ по Damoiseau. Вѣковыя возмущенія Цереры отъ этихъ трехъ планетъ были получены по способу Gauss'a.

Принимая во вниманіе, что наилучшимъ способомъ вычисленія общихъ возмущеній малыхъ планетъ является въ настоящее время безспорно способъ Hansen'a, можно думать, что примѣненіе его къ Церерѣ представляетъ извѣстный теоретическій и практическій интересъ.

Въ настоящей работѣ приводятся результаты вычисленія возмущеній Цереры отъ трехъ главныхъ планетъ. Возмущенія отъ Юпитера и Марса были вычислены по формуламъ Hansen'a. Возмущенія отъ Сатурна — по нѣсколько видоизмѣненному способу, представляющему въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ извѣстныя преимущества въ смыслѣ упрощенія вычисленій. Вездѣ, гдѣ только можно было, я воспользовался контрольными формулами. Возмущенія отъ Сатурна были контролированы независимымъ вычисленіемъ по таблицамъ H. G. Block'a [3]).

Элементы орбиты Цереры были приняты по G. W. Hill'y:

(1) Ceres.

Эпоха 1850 Января 0.0 ср. Грин. вр.

$$
\begin{aligned}
L &= 309^\circ\,30'\,32''.4 \\
\pi &= 148\;\;28\;\;32.5 \\
\Omega &= \;\;80\;\;48\;\;\;\;5.6 \\
i &= \;\;10\;\;37\;\;\;\;6.2
\end{aligned}
\Bigg\}\;1850.
$$

$$
\begin{aligned}
e &= 0.07844855 \\
n &= 770''.718276 \\
\log a &= 0.4420738
\end{aligned}
$$

---

[1]) Astronom. Nachr. № 1982.

[2]) The Astronomical Journal № 368.

[3]) Tafeln zur Berechnung der Störungen einer Gruppe kleiner Planeten durch Saturn von H. G. Block. (Astronomiska Iakttagelser och Undersökningar å Stockholms Observatorium. B. 8 № 5).

Эти элементы являются средними элементами орбиты возмущаемой планеты.

Элементы орбитъ Юпитера, Сатурна и Марса взяты изъ «Tafeln zur theoretischen Astronomie» J. Bauschinger'а:

	Юпитеръ.		Сатурнъ.		Марсъ.	
	Эпоха 1850 Января 0.0 ср. Берл. вр.				1900 Января 0.0 ср. Берл. вр.	
$L' =$	159° 56′ 13″.40		14° 49′ 35″.47		293° 43′ 41″.16	
$\pi' =$	11 54 26.72	1850.0	90 6 39.53	1850.0	334 13 6.88	1900.0
☊ $=$	98 55 58.16		112 20 51.38		48 47 9.36	
$i' =$	1 18 41.81		2 29 39.26		1 51 1.32	
$\varphi' =$	2 45 56.93		3 12 49.42		5 21 14.39	
$n' =$	299″.12837656		120″.45504214		1886″.51862	
$\log a' =$	0.71623737		0.97949571		0.18289616	
$m' =$	$\frac{1}{1047.355}$		$\frac{1}{3501.6}$		$\frac{1}{3093500}$	

Въ слѣдующихъ таблицахъ сопоставлены численныя значенія неравенствъ Цереры, для оскулирующихъ элементовъ ея орбиты, соотвѣтствующихъ приведеннымъ выше среднимъ элементамъ.

Форма аргументовъ—обычная для способа Hansen'а, т. е.

$$i\,\varepsilon + i'\left(M' + \frac{n'}{n}(\varepsilon - M)\right)$$

гдѣ ε и M эксцентрическая и средняя аномалія Цереры, M' — средняя аномалія возмущающей планеты.

I. Возмущенія отъ Юпитера.

i i′	$n\delta z$		ν		$\frac{u}{\cos i}$	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
0 0						+ 2.863
0 0		—40.47032 nt		+ 0.03906 nt		— 0.17246 nt
1 0	+ 11.503	— 1.754	— 0.397	— 2.474	— 1.132	— 3.435
1 0	— 1.00736 nt	— 6.46726 nt	— 3.23363 nt	+ 0.50564 nt	— 6.69211 nt	+ 2.24813 nt
2 0	— 1.276	+ 0.802	+ 0.607	+ 0.775	— 0.312	— 0.468
2 0	+ 0.01962 nt	+ 0.12483 nt	+ 0.00020 nt	— 0.00007 nt	+ 0.00032 nt	— 0.00010 nt
3 0	+ 0.063	— 0.050	— 0.034	— 0.032	+ 0.007	+ 0.012
3 0	— 0.00017 nt	— 0.00024 nt	0.00000 nt	+ 0.00002 nt	0.00000 nt	0.00000 nt
4 0	+ 0.002	+ 0.001	+ 0.002	— 0.001	— 0.001	+ 0.001

i	i′	$n\delta z$ sin	$n\delta z$ cos	ν sin	ν cos	$\frac{u}{\cos i}$ sin	$\frac{u}{\cos i}$ cos
—3	—1	+ 0.004	+ 0.001	— 0.001	— 0.002	0.000	— 0.001
—2	—1	+ 0.193	+ 0.038	— 0.042	+ 0.124	— 0.003	— 0.047
—1	—1	— 2.825	+ 0.207	— 0.057	— 1.579	+ 0.524	+ 3.692
0	—1	+ 36.024	— 15.143	— 0.049	+ 3.592	+ 5.272	— 11.492
1	—1	+ 159.270	— 143.765	— 47.482	— 52.691	— 5.165	— 7.136
2	—1	— 0.672	+ 2.746	+ 0.263	— 1.207	— 4.861	— 2.674
3	—1	+ 0.031	— 0.472	— 0.372	— 0.043	+ 0.193	+ 0.053
4	—1	— 0.001	+ 0.030	+ 0.023	— 0.013	+ 0.003	— 0.001
5	—1	— 0.002	— 0.002	+ 0.001	+ 0.002	— 0.001	0.000
—3	—2	+ 0.002	— 0.001	0.000	— 0.002	0.000	— 0.003
—2	—2	+ 0.023	— 0.003	— 0.003	+ 0.014	+ 0.001	+ 0.003
—1	—2	— 0.261	— 0.012	— 0.137	— 0.282	+ 0.172	— 0.196
0	—2	— 3.874	+ 4.675	— 5.442	— 2.187	+ 10.633	+ 7.692
1	—2	+ 103.840	— 539.232	— 98.990	— 16.057	— 13.724	— 6.447
2	—2	+ 36.428	— 478.511	— 275.233	— 21.108	— 9.034	— 2.035
3	—2	— 1.492	+ 9.732	— 0.377	+ 0.522	+ 1.307	— 0.317
4	—2	+ 0.137	+ 0.163	+ 0.162	— 0.107	— 0.042	+ 0.022
5	—2	— 0.007	— 0.021	— 0.003	+ 0.006	— 0.002	— 0.002
—2	—3	+ 0.001	0.000	— 0.002	— 0.001	+ 0.002	— 0.001
—1	—3	— 0.037	+ 0.107	— 0.045	— 0.026	+ 0.005	— 0.002
0	—3	+ 1.114	— 2.534	+ 2.011	+ 0.573	— 2.894	— 0.703
1	—3	— 15.816	— 114.925	+ 25.468	— 5.452	— 7.157	+ 0.572
2	—3	+ 117.542	+ 394.820	+ 176.399	— 53.608	+ 29.507	— 9.372
3	—3	+ 23.920	+ 25.741	+ 23.134	— 18.426	+ 1.126	— 0.654
4	—3	— 0.162	— 0.672	+ 0.137	— 0.474	— 0.247	+ 0.347
5	—3	+ 0.074	— 0.034	— 0.025	+ 0.082	+ 0.025	— 0.025
6	—3	— 0.002	— 0.007	— 0.004	— 0.003	— 0.003	+ 0.003
—1	—4	+ 0.003	+ 0.004	+ 0.007	— 0.002	— 0.003	+ 0.004
0	—4	+ 0.046	— 0.105	+ 0.136	+ 0.003	— 0.084	+ 0.026
1	—4	— 1.172	— 2.784	+ 1.732	— 1.070	— 1.895	+ 0.830
2	—4	+ 46.064	+ 61.946	+ 18.062	— 14.822	+ 3.870	— 2.874
3	—4	+ 43.379	+ 25.539	+ 16.498	— 26.844	+ 2.734	— 4.693
4	—4	— 10.025	— 2.034	— 1.104	+ 7.139	— 0.107	+ 0.352
5	—4	— 0.030	+ 0.172	+ 0.087	+ 0.254	— 0.021	— 0.174
6	—4	+ 0.032	— 0.014	— 0.034	— 0.035	+ 0.001	+ 0.010
7	—4	— 0.005	— 0.001	— 0.002	— 0.002	0.000	— 0.001

i i′	nδz		ν		u/cos i	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
—1 —5	+ 0.003	— 0.001	+ 0.003	0.000	— 0.001	+ 0.001
0 —5	+ 0.072	+ 0.030	+ 0.012	— 0.002	— 0.005	+ 0.031
1 —5	— 1.537	— 1.975	+ 1.194	— 1.256	— 1.427	+ 1.490
2 —5	+ 309.516	+ 210.542	+ 9.375	— 18.807	+ 0.340	+ 0.906
3 —5	+ 172.764	+ 32.310	+ 17.320	— 89.346	+ 4.309	— 25.461
4 —5	— 12.516	+ 1.231	+ 1.246	+ 6.504	+ 0.346	+ 1.073
5 —5	+ 2.391	— 1.509	— 1.210	— 1.837	— 0.057	— 0.100
6 —5	+ 0.010	— 0.072	+ 0.134	— 0.050	+ 0.032	+ 0.032
7 —5	— 0.009	+ 0.013	+ 0.025	+ 0.009	— 0.004	— 0.001
8 —5	+ 0.001	— 0.001	— 0.001	— 0.002	+ 0.002	0.000
0 —6	— 0.001	+ 0.002	+ 0.002	— 0.002	— 0.007	+ 0.004
1 —6	+ 0.032	+ 0.034	— 0.017	— 0.040	— 0.032	+ 0.026
2 —6	+ 1.390	+ 0.321	— 0.012	+ 0.594	— 0.421	— 0.013
3 —6	— 12.134	+ 1.950	+ 0.954	+ 4.935	+ 1.693	+ 0.281
4 —6	— 5.309	+ 3.412	+ 2.127	+ 3.561	+ 1.035	— 0.650
5 —6	+ 1.736	— 2.307	— 1.746	— 1.294	— 0.170	— 0.263
6 —6	— 0.247	+ 0.893	+ 0.754	+ 0.172	+ 0.031	+ 0.047
7 —6	+ 0.032	— 0.021	+ 0.072	— 0.002	— 0.002	— 0.010
8 —6	— 0.001	— 0.004	— 0.001	— 0.001	— 0.001	+ 0.002
1 —7	+ 0.003	— 0.001	— 0.002	— 0.001	— 0.007	— 0.004
2 —7	+ 0.172	— 0.032	+ 0.034	+ 0.086	+ 0.042	— 0.082
3 —7	— 3.381	+ 1.793	+ 0.576	+ 0.790	+ 0.054	+ 0.157
4 —7	— 3.402	+ 4.231	+ 2.320	— 1.906	+ 0.997	+ 0.746
5 —7	— 0.573	— 1.746	— 1.179	— 0.390	— 0.352	— 0.082
6 —7	+ 0.107	+ 1.023	+ 0.806	— 0.092	+ 0.124	— 0.019
7 —7	— 0.146	— 0.294	— 0.254	+ 0.154	— 0.027	— 0.002
8 —7	— 0.019	— 0.021	— 0.021	+ 0.027	+ 0.003	+ 0.013
9 —7	+ 0.002	+ 0.002	— 0.003	+ 0.003	0.000	— 0.001
2 —8	— 0.023	+ 0.005	— 0.031	— 0.012	+ 0.004	— 0.020
3 —8	— 1.190	+ 1.286	— 0.248	— 0.136	+ 0.127	+ 0.052
4 —8	+ 1.357	— 4.021	— 1.932	— 0.640	— 0.934	— 0.307
5 —8	— 0.092	— 0.822	— 0.573	+ 0.037	— 0.251	+ 0.022
6 —8	+ 0.296	+ 0.596	+ 0.421	— 0.212	+ 0.135	— 0.056
7 —8	— 0.342	— 0.274	— 0.232	+ 0.261	— 0.022	+ 0.043
8 —8	+ 0.121	+ 0.032	+ 0.041	— 0.092	+ 0.007	— 0.008
9 —8	+ 0.007	— 0.002	— 0.006	— 0.015	— 0.001	0.000

i i′	$n\delta z$		ν		$\frac{u}{\cos i}$	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
2 — 9	− 0.002	− 0.001	+ 0.002	0.000	0.000	0.000
3 — 9	− 0.017	+ 0.026	− 0.023	+ 0.006	+ 0.007	0.000
4 — 9	− 0.020	− 0.297	− 0.176	+ 0.113	− 0.046	− 0.007
5 — 9	− 0.193	− 0.408	− 0.250	− 0.162	− 0.128	+ 0.073
6 — 9	+ 0.256	+ 0.225	+ 0.164	+ 0.197	+ 0.056	− 0.054
7 — 9	− 0.234	− 0.107	− 0.083	− 0.146	− 0.021	+ 0.067
8 — 9	+ 0.167	− 0.003	− 0.007	+ 0.032	+ 0.004	− 0.021
9 — 9	+ 0.036	+ 0.036	+ 0.013	+ 0.007	0.000	− 0.001
10 — 9	− 0.002	− 0.002	+ 0.003	− 0.001	0.000	0.000
3 — 10	− 0.002	+ 0.017	− 0.013	− 0.001	0.000	0.000
4 — 10	− 0.008	− 0.092	− 0.026	+ 0.007	− 0.001	+ 0.003
5 — 10	− 0.354	− 0.356	− 0.187	+ 0.163	− 0.121	+ 0.136
6 — 10	+ 0.136	− 0.064	+ 0.042	− 0.067	+ 0.021	− 0.042
7 — 10	− 0.121	− 0.003	− 0.020	+ 0.107	0.000	+ 0.026
8 — 10	+ 0.107	− 0.058	− 0.034	− 0.092	− 0.003	− 0.009
9 — 10	− 0.049	+ 0.056	+ 0.052	+ 0.046	+ 0.005	+ 0.012
10 — 10	+ 0.003	− 0.023	− 0.021	− 0.022	− 0.001	+ 0.004
11 — 10	0.000	− 0.001	+ 0.003	− 0.002	0.000	0.000
4 — 11	− 0.005	− 0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
5 — 11	+ 0.013	+ 0.006	0.000	− 0.020	+ 0.006	− 0.017
6 — 11	− 0.002	+ 0.047	− 0.003	− 0.032	− 0.001	+ 0.012
7 — 11	− 0.023	− 0.053	+ 0.012	+ 0.041	+ 0.001	+ 0.021
8 — 11	− 0.047	+ 0.046	− 0.036	− 0.039	− 0.004	− 0.006
9 — 11	+ 0.052	− 0.017	+ 0.032	+ 0.017	+ 0.003	+ 0.002
10 — 11	− 0.026	− 0.003	− 0.021	− 0.005	− 0.001	− 0.001
11 — 11	− 0.013	0.000	+ 0.004	0.000	0.000	0.000
12 — 11	− 0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5 — 12	− 0.003	+ 0.002	0.000	0.000	0.000	0.000
6 — 12	+ 0.026	− 0.007	0.000	+ 0.002	0.000	− 0.002
7 — 12	− 0.011	+ 0.006	+ 0.002	+ 0.015	− 0.001	− 0.003
8 — 12	+ 0.009	− 0.031	− 0.030	− 0.005	+ 0.002	+ 0.001
9 — 12	− 0.002	+ 0.022	+ 0.024	− 0.002	− 0.001	0.000
10 — 12	− 0.007	− 0.030	− 0.021	+ 0.004	0.000	− 0.001
11 — 12	− 0.001	+ 0.004	+ 0.007	− 0.007	− 0.001	+ 0.003
12 — 12	0.000	− 0.001	− 0.001	+ 0.002	0.000	− 0.001

$i \quad i'$	$n\delta z$		ν		$\frac{u}{\cos i}$	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
6 —13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7 —13	— 0.002	— 0.001	0.000	— 0.001	0.000	0.000
8 —13	+ 0.013	+ 0.001	— 0.002	+ 0.002	0.000	+ 0.001
9 —13	— 0.010	+ 0.002	+ 0.014	— 0.001	+ 0.002	— 0.001
10 —13	+ 0.002	— 0.002	— 0.021	— 0.007	— 0.003	0.000
11 —13	— 0.002	— 0.001	+ 0.002	+ 0.008	— 0.002	0.000
12 —13	0.000	0.000	+ 0.001	— 0.001	0.000	— 0.001
7 —14	0.000	— 0.001	+ 0.002	+ 0.001	0.000	0.000
8 —14	0.000	0.000	— 0.001	— 0.003	0.000	0.000
9 —14	— 0.003	— 0.002	0.000	— 0.002	0.000	+ 0.002
10 —14	+ 0.007	— 0.004	— 0.002	+ 0.001	— 0.001	0.000
11 —14	— 0.002	+ 0.002	— 0.001	0.000	— 0.001	— 0.001
12 —14	+ 0.001	+ 0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
8 —15	0.000	0.000	— 0.001	0.000	0.000	0.000
9 —15	— 0.001	— 0.002	0.000	— 0.001	0.000	0.000
10 —15	+ 0.002	+ 0.001	+ 0.001	+ 0.002	0.000	0.000
11 —15	— 0.001	0.000	— 0.002	+ 0.001	0.000	0.000
12 —15	0.000	— 0.001	0.000	— 0.002	0.000	0.000
13 —15	+ 0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

II. Возмущенія отъ Сатурна.

$i \quad i'$	$n\delta z$ sin	$n\delta z$ cos	ν sin	ν cos	$\frac{u}{\cos i}$ sin	$\frac{u}{\cos i}$ cos
0 0						+ 0.054
0 0		— 1.54107 nt		+ 0.00134 nt		— 0.00332 nt
1 0	+ 0.292	— 0.054	— 0.023	— 0.074	— 0.034	— 0.107
1 0	— 0.03726 nt	— 0.15120 nt	— 0.07560 nt	+ 0.01873 nt	— 0.18762 nt	+ 0.04331 nt
2 0	— 0.029	+ 0.007	+ 0.007	+ 0.024	+ 0.003	+ 0.005
2 0	+ 0.00073 nt	+ 0.00295 nt	+ 0.00022 nt	— 0.00001 nt		
3 0	— 0.002	+ 0.001	0.000	— 0.002		
3 0	— 0.00002 nt	— 0.00001 nt	0.00000 nt	0.00000 nt		
—1 —1	— 0.002	+ 0.001	+ 0.001	+ 0.002	+ 0.001	+ 0.007
—1 —1	+ 0.076	+ 0.167	— 0.093	+ 0.054	+ 0.082	+ 0.082
0 —1	+ 1.345	— 0.792	— 0.146	+ 0.236	+ 0.194	— 0.054
1 —1	— 3.349	— 6.074	— 2.675	+ 1.458	— 0.236	— 0.043
2 —1	+ 0.070	+ 0.023	— 0.076	— 0.021	— 0.021	+ 0.040
3 —1	— 0.004	— 0.007	— 0.003	— 0.002	0.000	— 0.001

i	i′	$n\delta z$		ν		$\frac{u}{\cos i}$	
		sin	cos	sin	cos	sin	cos
−2	−2	+0.002	−0.002	0.000	+0.002	0.000	0.000
−1	−2	+0.013	+0.017	+0.003	+0.009	−0.002	−0.001
0	−2	+0.198	−0.169	+0.125	+0.121	−0.067	−0.083
1	−2	−3.036	+4.289	+1.863	+1.250	+0.537	+0.482
2	−2	−1.784	+3.392	+2.357	+1.264	+0.018	+0.036
3	−2	+0.079	−0.103	−0.022	−0.017	−0.007	−0.012
4	−2	+0.003	−0.007	−0.010	−0.003	−0.002	0.000
−1	−3	+0.002	−0.001	−0.003	−0.001	0.000	0.000
0	−3	+0.023	−0.030	+0.017	+0.008	−0.012	−0.011
1	−3	−0.506	+0.895	+0.356	+0.156	+0.092	+0.036
2	−3	−0.034	+1.020	+0.678	+0.042	+0.024	−0.088
3	−3	−0.336	−0.009	+0.022	+0.258	−0.001	−0.007
4	−3	+0.002	−0.002	−0.001	−0.001	0.000	−0.001
0	−4	−0.003	+0.001	+0.001	+0.004	0.000	0.000
1	−4	−0.076	+0.182	+0.036	+0.007	+0.013	−0.002
2	−4	+0.092	+0.191	+0.132	−0.036	−0.012	−0.032
3	−4	−0.103	+0.030	+0.031	+0.082	+0.006	+0.003
4	−4	−0.028	−0.025	−0.027	+0.017	−0.002	−0.001
5	−4	−0.003	+0.002	−0.003	−0.002	0.000	0.000
0	−5	−0.002	+0.001	0.000	+0.001	0.000	−0.001
1	−5	−0.007	+0.046	+0.002	−0.022	−0.001	−0.013
2	−5	+0.038	+0.042	+0.021	+0.013	+0.002	−0.010
3	−5	−0.003	+0.012	+0.007	−0.001	−0.002	+0.003
4	−5	−0.007	−0.001	−0.003	0.000	0.000	0.000
5	−5	+0.001	0.000	+0.001	−0.001	0.000	−0.001
1	−6	+0.001	−0.001	+0.002	+0.003	−0.001	+0.001
2	−6	−0.003	+0.021	−0.007	−0.002	−0.001	−0.002
3	−6	+0.014	−0.017	−0.020	0.000	+0.002	0.002
4	−6	+0.007	+0.002	−0.003	+0.002	0.000	−0.001
5	−6	−0.001	0.000	0.000	−0.001	−0.001	0.000
2	−7	0.000	+0.001	0.000	+0.001	0.000	−0.001
3	−7	−0.001	−0.010	−0.002	−0.002	0.000	0.000
4	−7	−0.001	−0.003	−0.001	−0.000	0.000	0.000
5	−7	0.000	0.000	+0.001	−0.004	+0.001	+0.001
6	−7	0.000	−0.001	+0.001	+0.001	0.000	0.000

III. Возмущенія отъ Марса.

i i′	nδz		ν		$\frac{u}{\cos i}$	
	sin	cos	sin	cos	sin	cos
0 0						— 0.003
0 0		+ 0.16932 nt		+ 0.00005 nt		— 0.00016 nt
1 0	— 0.002	+ 0.001	— 0.003	+ 0.012	— 0.002	0.000
1 0	— 0.00110 nt	— 0.00703 nt	— 0.00351 nt	+ 0.00060 nt	— 0.00472 nt	+ 0.00210 nt
2 0	+ 0.001	0.000	— 0.001	+ 0.002	— 0.001	+ 0.001
2 0	+ 0.00001 nt	+ 0.00014 nt				
—1 —1	— 0.003	— 0.001	0.000	— 0.003	0.000	0.000
0 —1	— 0.007	+ 0.002	— 0.001	— 0.007	— 0.001	— 0.002
1 —1	— 0.013	— 0.001	+ 0.001	— 0.068	0.000	+ 0.001
2 —1	+ 0.296	— 0.059	+ 0.012	+ 0.093	— 0.007	— 0.002
3 —1	+ 0.034	— 0.021	— 0.001	— 0.002	+ 0.001	0.000
4 —1	— 0.002	— 0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
1 —2	— 0.001	— 0.001	0.000	— 0.001	0.000	+ 0.001
2 —2	+ 0.004	+ 0.004	— 0.002	+ 0.003	— 0.001	— 0.002
3 —2	+ 0.042	— 0.004	— 0.002	+ 0.031	— 0.001	+ 0.002
4 —2	— 0.132	+ 0.022	— 0.020	— 0.056	0.000	— 0.005
5 —2	— 0.037	+ 0.005	— 0.003	— 0.022	+ 0.001	0.000
6 —2	— 0.002	— 0.001	+ 0.001	— 0.001	0.000	— 0.001
2 —3	— 0.001	+ 0.002	0.000	0.000	0.000	— 0.001
3 —3	+ 0.002	— 0.003	+ 0.001	0.000	0.000	0.000
4 —3	+ 0.013	+ 0.014	— 0.002	— 0.001	— 0.002	+ 0.001
5 —3	— 0.010	+ 0.007	— 0.003	0.000	0.000	0.000
6 —3	— 0.001	— 0.001	— 0.001	— 0.001	0.000	0.000
3 —4	0.000	0.000	+ 0.001	0.000	0.000	0.000
4 —4	— 0.002	— 0.001	+ 0.003	— 0.001	0.000	0.000
5 —4	— 0.012	+ 0.002	0.000	+ 0.002	0.000	— 0.001
6 —4	+ 0.001	— 0.001	— 0.002	— 0.001	0.000	0.000
7 —4	— 0.001	0.000	— 0.001	0.000	+ 0.001	0.000

Непосредственно сравнивать эти величины съ результатами вычисленій G. W. Hill'a невозможно, такъ какъ у него даны возмущенія истинной долготы планеты въ плоскости ея орбиты, логариѳма радіуса - вектора и геліоцен-

трической широты. Кромѣ того форма аргументовъ въ обоихъ случаяхъ различная, такъ что приведеніе результатовъ вычисленій къ однороднымъ величинамъ требуетъ новыхъ, довольно продолжительныхъ вычисленій.

Приложеніе къ данному случаю таблицъ Wilson'a [1]) можетъ обнаружить только значительныя ошибки въ вычисленіяхъ, которыя весьма мало вѣроятны, ввиду постоянныхъ контролей, которыми способъ Hansen'a выгодно отличается отъ другихъ.

Такъ какъ въ основаніе вычисленія возмущеній перваго порядка были положены уже весьма точныя значенія среднихъ элементовъ Цереры, можно думать, что возмущенія высшихъ порядковъ будутъ имѣть малое вліяніе на точность формулъ, и приведенные результаты вычисленій могутъ служить для составленія таблицъ движенія разсматриваемой планеты, достаточно удовлетворительно представляющихъ ея наблюденія даже за значительный промежутокъ времени.

---

[1]) Tables for the computation of the Jupiter perturbations of the group of small planets whose mean daily motions are in the neighbourhood of. 750″ by D. T. Wilson. (Astronomiska Iakttagelser och Undersökningar å Stockholms Observatorium. Band 10, № 1).

Аналитическій способъ вычисленія восхода и захода Луны.

М. ВИЛЬЕВА.

Вопросъ о вычисленіи моментовъ восхода и захода Луны въ данномъ мѣстѣ относится къ числу тѣхъ немногихъ задачъ астрономіи, которыя не получили за послѣднія двѣсти лѣтъ сколько-нибудь замѣтнаго развитія—вѣроятно потому, что найденное ихъ рѣшеніе считалось и теоретически достаточнымъ и практически легко выполнимымъ. Такъ напр. пріемы вычисленія восхода и захода Луны, какъ они изложены въ астрономіи Laland'a и въ курсѣ сферической астрономіи Newcomb'a отличаются одинъ отъ другого только несущественными деталями. Съ другой стороны, нѣкоторыя интересныя особенности разсматриваемаго явленія, какъ напримѣръ повтореніе восхода или захода Луны въ Петроградѣ въ теченіи почти десяти дней сряду въ одно и то же время дня съ точностью до 2—3 минутъ, дѣлаетъ не безполезнымъ нѣсколько иную трактовку вопроса, имѣющую повидимому и практическое значеніе въ томъ случаѣ, когда составляется эфемерида восхода и захода Луны для даннаго мѣста и для каждаго дня въ году.

§ 1. Прежде чѣмъ излагать новый способъ, небезполезно остановиться вкратцѣ на томъ, какъ раньше вычисляли и теперь вычисляютъ каждое изъ разсматриваемыхъ явленій. Быстрое геоцентрическое движеніе Луны по прямому восхожденію и по склоненію затрудняло прямое рѣшеніе вопроса и заставляло прибѣгать къ способу послѣдовательныхъ приближеній, который и составляетъ отличительную особенность всѣхъ предложенныхъ рѣшеній. Большинство авторовъ трактуюшихъ разсматриваемую задачу предполагаетъ у рѣшающаго ее наличность эфемериды лунныхъ кульминацій или для даннаго мѣста, или для ряда послѣдовательныхъ меридіановъ. Lalande въ своемъ курсѣ астрономіи пользуется кульминаціями Луны только для даннаго мѣста и опредѣляетъ истинное время восхода и захода Луны, какъ сумму часового угла Луны при восходѣ или заходѣ и соотвѣтствующей этому моменту разности прямого восхожденія Луны и солнца. Вычисленіе онъ выполняетъ послѣдовательными приближеніями.

Другіе авторы (Brünnow, Хандриковъ и др.), пользуясь эфемеридой верхнихъ и нижнихъ кульминацій Луны въ данномъ мѣстѣ и вводя понятіе о лунномъ времени, какъ часовомъ углѣ Луны въ данный моментъ, легко находятъ изъ кульминацій зависимость между среднимъ и луннымъ временемъ. Затѣмъ по даннымъ широтѣ мѣста и склоненію Луны опредѣляется лунное время восхода и захода, которое переводится затѣмъ въ среднее. Измѣненіе склоненія Луны заставляетъ и здѣсь пользоваться послѣдовательными приближеніями.

Изложеніе разсматриваемой задачи въ „Compendium of Spherical Astronomy“ Newcomb'a предполагаетъ наличность эфемериды лунныхъ кульминацій для ряда послѣдовательныхъ меридіановъ и эфемериды соотвѣтствующихъ склоненій Луны. Получивъ изъ нихъ среднее время кульминаціи Луны подъ меридіаномъ даннаго мѣста и соотвѣтствующее этой кульминаціи склоненіе Луны, получаемъ часовые углы Луны при восходѣ и заходѣ, что опредѣляетъ долготы тѣхъ мѣстъ, гдѣ Луна находится въ меридіанѣ въ моментъ своего восхода или захода въ разсматриваемомъ мѣстѣ. Эфемерида лунныхъ кульминацій даетъ соотвѣтствующее среднее время для двухъ только что опредѣленныхъ меридіановъ, что простымъ прибавленіемъ уже найденнаго часового угла Луны даетъ среднее время восхода и захода Луны въ данномъ мѣстѣ. Вычисленіе ведется тоже послѣдовательными приближеніями, такъ какъ для опредѣленія часового угла Луны при восходѣ и заходѣ надо знать склоненіе Луны, соотвѣтствующее этому моменту.

Во всѣхъ разсмотрѣнныхъ пріемахъ для вычисленія часового угла t Луны при восходѣ или заходѣ служатъ формулы:

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$$
$$z = 90^\circ 0' - 57' + 35' + 16' = 89^\circ 54'$$
$$\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta + 0.0022 \sec\varphi \sec\delta.$$

§ 2. Въ случаѣ, если нѣтъ эфемериды лунныхъ кульминацій, а имѣется только эфемерида координатъ Луны, то рѣшеніе задачи не многимъ усложняется.

Пусть T_0 — приближенное время восхода или захода, α_0 и δ_0 соотвѣтствующія этому моменту координаты Луны, s_0 — звѣздное время въ средній мѣстный полдень. Тогда, опредѣливъ t_0 по уравненію

$$\cos t_0 = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta_0 + 0.0022 \sec\varphi \sec\delta_0$$

находимъ болѣе точное значеніе искомаго момента восхода или захода:

$$T_1 = (\alpha_0 + t_0 - s_0)(1 - \nu),$$

съ которымъ повторяемъ предыдущее вычисленіе до тѣхъ поръ, пока два послѣдующихъ приближенія не дадутъ тождественныхъ результатовъ.

Нѣкоторое сокращеніе вычисленій получается, можетъ быть, если съ начала ввести въ предыдущія формулы измѣняющіяся координаты Луны, т. е. положить для времени $T_0 + x$

$\alpha = \alpha_0 + \alpha' x$; $\delta = \delta_0 + \delta' x$; называя $\frac{dt}{d\delta} = \frac{tg\varphi}{\sin t \cos^2 t}$ черезъ ε, получаемъ условіе

$$(\alpha_0 + \alpha'' x + t_0 + \varepsilon\delta' x - s_0)(1 - \nu) = T_0 + x$$

откуда
$$x = \frac{(\alpha_0 + t_0 - s_0)(1 - \nu) - T_0}{1 - (\alpha' + \varepsilon\delta')}$$

§ 3. До сихъ поръ я предполагалъ, что для даннаго дня года, для котораго опредѣляется восходъ и заходъ Луны, координаты ея получены изъ какихъ-нибудь лунныхъ таблицъ и расположены въ таблицу для равноотстоящихъ значеній перемѣнной, принятой за независимую, однако уже небольшая точность, съ которой обыкновенно опредѣляется восходъ и заходъ Луны (точность до 1^m времени вполнѣ достаточна) заставляетъ думать, что имѣется извѣстная выгода пользоваться не числовой таблицей координатъ, а аналитическими ихъ выраженіями. Поэтому, сначала надо выяснить, съ какой точностью надо знать координаты Луны, чтобы ошибка въ вычисленіи восхода и захода не превышала поставленныхъ предѣловъ, т. е. одной минуты времени.

Обозначая черезъ $d\alpha$ и $d\delta$ ошибки координатъ Луны, а черезъ ds соотвѣтствующую ошибку времени восхода или захода, получаемъ изъ уравненія

$$\cos t = - tg\,\varphi\, tg\,\delta$$

зависимость
$$d s = d\alpha + \frac{tg\,\varphi}{\sin t \cos^2\delta} d\delta$$

Замѣняя здѣсь поправки экваторіальныхъ координатъ поправками эклиптикальныхъ $d\lambda$ и $d\beta$, получаемъ

$$d\alpha = - \frac{\sin\eta}{\cos\delta} d\beta + \frac{\cos\beta\cos\eta}{\cos\delta} d\lambda$$

$$d\delta = \cos\eta\, d\beta + \cos\beta\, \sin\eta\, d\lambda$$

$$d s = \left\{ - \frac{\sin\eta}{\cos\delta} + \frac{\cos\beta\cos\eta}{\cos^3\delta}\,\frac{tg\,\varphi}{\sin t} \right\} d\beta + \left\{ \frac{\cos\beta\cos\eta}{\cos\delta} + \cos\beta\,\sin\eta\,\frac{tg\,\varphi}{\cos^2\delta\sin t} \right\} d\lambda =$$
$$= A_0\, d\beta + B_0\, d\lambda$$

Въ дальнѣйшемъ, чтобы на чемъ-нибудь остановиться, всѣ выкладки приведены для захода Луны. Для восхода всѣ разсужденія и результаты имѣютъ совершенно подобный же характеръ.

Чтобы составить себѣ представленіе о величинѣ A и B, приводятся ихъ значенія, вычисленныя для широты Петрограда и въ предположеніи, что широта Луны равна 0. Здѣсь λ—долгота Луны, отъ которой зависятъ всѣ входящія въ A_0 и B_0 величины.

$$A_0 = 2.21 - 0.39 \cos\lambda + 0.02 \sin\lambda - 0.73 \cos 2\lambda + 0.09 \sin 2\lambda + 0.13 \cos 4\lambda - 0.02 \sin 4\lambda + \ldots\ldots$$

$$B_0 = 0.99 + 0.80 \cos\lambda - 0.04 \sin\lambda - 0.07 \cos 2\lambda + 0.01 \sin 2\lambda - 0.13 \cos 3\lambda + 0.02 \sin 3\lambda + \ldots\ldots$$

Наибольшія значенія A_0 и B_0 въ круглыхъ числахъ : $A_0 = 3$; $B_0 = 2$; тогда имѣемъ

$$d\,s = 3\ d\,\beta + 2\ d\,\lambda$$

или $d\,s^{(m)} = \frac{1}{8}\ d\,\lambda^{(1)} + \frac{1}{5}\ d\,\beta^{(1)}$ ($s^{(m)}$ въ минут. вр. ; $d\,\lambda^{(1)}$, $d\,\beta^{(1)}$ въ минут. дуги).

Если сдѣлаемъ $|d\,\lambda| < 4'.0$

$|d\,\beta| < 2'.5$

то навѣрно искомая точность будетъ достигнута.

Въ выраженіи долготы Луны 6 неравенствъ имѣютъ коэффиціенты больше $4'$, а въ широтѣ Луны 4 члена могутъ превышать $2'.5$. Такимъ образомъ, для достиженія достаточной точности во временахъ восхода и захода Луны надо принимать во вниманіе сравнительно небольшое число неравенствъ.

§ 4. Въ случаяхъ разсмотрѣнія движенія свѣтилъ, координаты которыхъ выражаются сложными рядами періодическихъ членовъ, обыкновенно разсматриваютъ нѣкоторую фиктивную точку, совершающую равномѣрное движеніе по круговой орбитѣ съ угловой скоростью, равной средней скорости углового движенія разсматриваемаго свѣтила. Такимъ образомъ, мы приходимъ къ введенію понятія о средней Лунѣ, совершающей равномѣрное круговое движеніе въ плоскости эклиптики на одинаковомъ разстояніи отъ центра земли, такимъ образомъ, что разность между координатами истинной и средней Луны представляется рядомъ только періодическихъ членовъ.

Вводя вмѣсто экваторіальныхъ координатъ Луны α и δ соотвѣтствующія эклиптикальныя λ и β, приводимъ основное уравненіе

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos(s - \alpha)$$

къ виду

$$\sin(\pi - r + R) = \sin\varphi\,[\sin\varepsilon\ Y + \cos\varepsilon\ Z] + \cos\varphi \cos s\ X + \cos\varphi \sin s\,[\cos\varepsilon\ Y - \sin\varepsilon\ Z],$$

где
$$X = \cos\beta \cos\lambda$$
$$Y = \cos\beta \sin\lambda$$
$$Z = \sin\beta$$
π — горизонтальный параллаксъ Луны
R — видимый радіусъ луннаго диска
r — горизонтальная рефракція

Примѣняя эти формулы къ средней Лунѣ полагаемъ L_0 = средней долготѣ Луны въ мѣстный средній полдень, n = суточному измѣненію L; x = среднему времени восхода или захода Луны и подставляемъ въ основное уравненіе

$$X = \cos\,[L_0 + n\,x]$$
$$Y = \sin\,[L_0 + n\,x]$$
$$Z = 0.$$

Пусть s_0 звѣздное время въ средній мѣстный полдень, тогда

$$s_0 + x\,(1 + \mu)$$

будетъ звѣзднымъ временемъ разсматриваемаго явленія, и основное уравненіе принимаетъ видъ

$$0 = \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \sin\,[L_0 + n\,x]$$
$$+ \cos\,[s_0 + x\,(1 + \mu)] \cos\,[L_0 + n\,x]$$
$$+ \cos\varepsilon \sin\,[s_0 + x\,(1 + \mu)] \sin\,[L_0 + n\,x],$$

гдѣ для простоты положено $\pi - r - R = 0$.

Вводя въ предыдущее уравненіе неизвѣстную $\zeta = s_0 + x\,(1 + \mu)$ и полагая для краткости

$$L_0 - \frac{n\,s_0}{1+\mu} = F_0$$
$$\frac{n}{1+\mu} = f,$$

придаемъ ему видъ

$$\sec\varepsilon \cos\zeta \cos\,[F_0 + f\,\zeta] + \sin\zeta \sin\,[F_0 + f\,\zeta] + \operatorname{tg}\varphi\, \operatorname{tg}\varepsilon \sin\,[F_0 + f\,\zeta] = 0$$
$$x = \frac{\zeta}{1+\mu} - \frac{s_0}{1+\mu},$$

что показываетъ, что при данной широтѣ мѣста φ, и наклонности экватора къ эклиптикѣ ε, ζ можетъ быть вычислено по аргументу F_0, который дается для каждаго мѣстнаго средняго полудня. Опредѣленіе x, т. е. момента восхода или захода средней луны зависитъ еще отъ s_0 — звѣзднаго времени въ мѣстный средній полдень.

§ 5. Эта необходимость вычисленія двухъ величинъ F_0 и s_0 можетъ быть устранена введеніемъ понятія о средней лунной кульминаціи. какъ о моментѣ,

когда подъ даннымъ меридіаномъ средняя долгота луны равна звѣздному времени. Обозначивъ послѣднюю величину черезъ A, а промежутокъ, протекшій отъ средней лунной кульминаціи до момента восхода или захода, черезъ T, получаемъ, согласно предыдущему

$$S = s_0 + T(1+\mu) = A + T(1+\mu)$$
$$L = L_0 + nT \qquad = A + nT$$

и основное уравненіе въ видѣ

$$\begin{aligned} 0 &= \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \sin[A+nT] \\ &+ \cos[A+T(1+\mu)] \cos[A+nT] \\ &+ \cos\varepsilon \sin[A+T(1+\mu)] \sin[A+nT], \end{aligned}$$

изъ котораго получается T въ функціи A (при данной широтѣ φ); т. напримѣръ для широты Петрограда ($\varphi = 59°56'.5$) и для захода луны имѣемъ:

$$\begin{aligned} T = &+ 0.2493 \\ &+ 0.0073 \cos A + 0.1266 \sin A \\ &- 0.0008 \cos 2A - 0.0047 \sin 2A \\ &- 0.0012 \cos 3A - 0.0070 \sin 3A \\ &- 0.0001 \cos 4A - 0.0003 \sin 4A \end{aligned}$$

Подобнаго же характера выраженіе получается и для времени восхода Луны.

Предыдущее выраженіе даетъ только приблизительно понятіе о времени восхода и захода Луны, такъ какъ не принято во вниманіе, ни уравненіе центра Луны, ни лунная широта. Для полученія болѣе точныхъ выраженій, можно воспользоваться полученнымъ выше выраженіемъ,

$$d s' = A_0\, d\beta + B_0\, d\lambda,$$

если въ немъ подразумѣвать подъ $d\beta$ и $d\lambda$ широту Луны и всѣ неравенства лунной долготы. Остается воспользоваться приведенными выше выраженіями для A_0 и B_0, въ которыхъ λ замѣнить черезъ A. Однако такой способъ не можетъ дать точнаго выраженія времени T, и я пользовался имъ только для приближеннаго контроля послѣдующихъ вычисленій.

§ 6. Теорія движенія Луны даетъ для λ и β и π выраженія вида

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_0 + \Sigma\, a \sin A \\ \beta &= \qquad \Sigma\, b \sin B \\ \sin\pi &= \pi_0 + \Sigma\, c \cos C \end{aligned}$$

гдѣ A, B и C — аргументы лунныхъ неравенствъ, представляющіе линейную комбинацію четырехъ другихъ величинъ, измѣняющихся пропорціонально времени. Такъ въ теоріи Ганзена фигурируютъ величины g и g' — среднія ано-

малiи луны и солнца; ω' и ω — среднiя разстоянiя перигелiевъ солнечной и лунной орбиты отъ средняго восходящаго узла лунной орбиты на эклиптикѣ. Вводя для сокращенiя обозначенiе

$$U = \sin(\pi - r - R)$$

получаемъ для X, Y, Z и U выраженiя вида:

$$\begin{aligned} X &= \cos\lambda_o + \Sigma\, a_m \cos M \\ Y &= \sin\lambda_o + \Sigma\, a_m \sin M \\ Z &= \qquad\quad \Sigma\, c_q \sin Q \\ U &= \qquad\quad \Sigma\, d_s \cos S, \end{aligned}$$

гдѣ аргументы зависятъ отъ 5 перемѣнныхъ g, g'', ω, ω'' и Ω — средней долготы восходящаго узла лунной орбиты.

Для дальнѣйшаго необходимо замѣтить, что аргументы M, Q и S въ выраженiи неравенствъ должны относиться всегда къ тому моменту, для котораго мы получаемъ координаты Луны, въ частности въ интересующемъ насъ вопросѣ— къ моменту восхода и захода Луны; значительное упрощенiе получается, если относить эти аргументы къ какому-нибудь другому болѣе постоянному моменту, напр. къ моменту средней лунной кульминацiи въ данномъ мѣстѣ, а выраженiя неравенствъ развернуть въ степенные ряды по степенямъ небольшого движенiя аргумента за промежутокъ времени между истиннымъ восходомъ или заходомъ и средней кульминацiей. Обозначая послѣднiй промежутокъ времени черезъ T, а суточныя движенiя аргументовъ соотвѣтственно черезъ m, q и s, и замѣчая, что въ моментъ средней кульминацiи $\lambda_o = A$, и обозначая черезъ σ измѣненiе звѣзднаго времени въ одинъ среднiй день, получаемъ уравненiя вида

$$\begin{aligned} X &= \cos[A + n\,T] + \Sigma\, a_m \cos[M + m\,T] \\ Y &= \sin[A + n\,T] + \Sigma\, a_m \sin[M + n\,T] \\ Z &= \qquad\qquad\quad \Sigma\, c_q \sin[Q + q\,T] \\ U &= \qquad\qquad\quad \Sigma\, d_s \cos[S + s\,T] \end{aligned}$$

Подставляя эти выраженiя въ основное уравненiе для восхода и захода, получаемъ

$$\begin{aligned} 0 &= \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \sin[A + n\,T] \\ &+ \sin^2\frac{\varepsilon}{2} \cos[2A + (\sigma + n)\,T] \\ &+ \cos^2\frac{\varepsilon}{2} \cos[\qquad (\sigma - n)\,T] \\ &- \Sigma\, d_s \sec\varphi \cos[S + s\,T] \\ &+ \Sigma\, a_m \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \sin[M + m\,T] \\ &+ \Sigma\, c_q \operatorname{tg}\varphi \cos\varepsilon \sin[Q + q\,T] \end{aligned}$$

$$+ \Sigma\, a_m \cos^2\frac{\varepsilon}{2} \cos\,[A - M + (\sigma - m)\, T]$$
$$+ \Sigma\, a_m \sin^2\frac{\varepsilon}{2} \cos\,[A + M + (\sigma + m)\, T]$$
$$- \Sigma\, \frac{c_q}{2} \sin\varepsilon \cos\,[A - Q + (\sigma - q)\, T]$$
$$+ \Sigma\, \frac{c_q}{2} \sin\varepsilon \cos\,[A + Q + (\sigma + q)\, T]$$

Приблизительное представленіе о величинѣ T можно составить по предыдущимъ разсужденіямъ: для восхода T около $-\frac{1}{4}$, а для захода около $+\frac{1}{4}$.

Такимъ образомъ, полагая

$$(1 + \mu)\, T = \mp \frac{1}{4} + x$$

и замѣчая, что $\sigma = 2\pi\,(1 + \mu)$ можемъ написать *для захода Луны* слѣдующія формулы:

$$\sigma\, T = \frac{\pi}{2} + 2\,\pi\, x$$
$$n\, T = \frac{n}{4\,(1 + \mu)} + \frac{n}{1 + \mu}\, x = K + n_1 x$$
$$m\, T = \frac{m}{4\,(1 + \mu)} + \frac{m}{1 + \mu}\, x = K_m + m_1 x$$
$$q\, T = \frac{q}{4\,(1 + \mu)} + \frac{q}{1 + \mu}\, x = K_q + q_1 x$$
$$s\, T = \frac{s}{4\,(1 + \mu)} + \frac{s}{1 + \mu}\, x = K_s + s_1 x$$

$$2\pi + n_1 = N_1\,; \qquad 2\pi + m_1 = M_1\,; \qquad 2\pi + q_1 = Q_1$$
$$2\pi - n_1 = N_2\,; \qquad 2\pi - m_1 = M_2\,; \qquad 2\pi - q_1 = Q_2$$

Подставляя эти выраженія въ предыдущую формулу и выдѣляя части аргументовъ, зависящія отъ x, получаемъ:

$$0 = \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \sin\,[A + K] \cos\,(n_1 x)$$
$$+ \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \cos\,[A + K] \sin\,(n_1 x)$$
$$+ \cos^2\frac{\varepsilon}{2} \sin K \cos\,(N_2 x)$$
$$- \cos^2\frac{\varepsilon}{2} \cos K \sin\,(N_2 x)$$
$$- \sin^2\frac{\varepsilon}{2} \sin\,[2A + K] \cos\,(N_1 x)$$
$$- \sin^2\frac{\varepsilon}{2} \cos\,[2A + K] \sin\,(N_1 x)$$

$$- \Sigma\, d_s \sec\varphi \cos\,[S + K_s] \cos\,(s_1 x)$$
$$+ \Sigma\, d_s \sec\varphi \sin\,[S + K_s] \sin\,(s_1 x)$$
$$+ \Sigma\, a_m \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \sin\,[M + K_m] \cos\,(m_1 x)$$

$$+\Sigma\, a_m \operatorname{tg}\varphi \;\sin\varepsilon\; \cos\,[M + K_m]\, \sin\,(m_1x)$$
$$+\Sigma\, c_q \operatorname{tg}\varphi \;\cos\varepsilon\; \sin\,[Q + K_q]\, \cos\,(q_1x)$$
$$+\Sigma\, c_q \operatorname{tg}\varphi \;\cos\varepsilon\; \cos\,[Q + K_q]\, \sin\,(q_1x)$$
$$-\Sigma\, a_m \sin^2\frac{\varepsilon}{2}\, \sin\,[A + M + K_m]\, \cos\,(M_1x)$$
$$-\Sigma\, a_m \sin^2\frac{\varepsilon}{2}\, \cos\,[A + M + K_m]\, \sin\,(M_1x)$$
$$-\Sigma\, a_m \cos^2\frac{\varepsilon}{2}\, \sin\,[A - M - K_m]\, \cos\,(M_2x)$$
$$-\Sigma\, a_m \cos^2\frac{\varepsilon}{2}\, \cos\,[A - M - K_m]\, \sin\,(M_2x)$$
$$+\Sigma\, \frac{c_q}{2}\, \sin\varepsilon\, \sin\,[A - Q - K_q]\, \cos\,(Q_2x)$$
$$+\Sigma\, \frac{c_q}{2}\, \sin\varepsilon\, \cos\,[A - Q - K_q]\, \sin\,(Q_2x)$$
$$-\Sigma\, \frac{c_q}{2}\, \sin\varepsilon\, \sin\,[A + Q + K_q]\, \cos\,(Q_1x)$$
$$-\Sigma\, \frac{c_q}{2}\, \sin\varepsilon\, \cos\,[A + Q + K_q]\, \sin\,(Q_1x)$$

Теперь можно тригонометрическія функціи малыхъ угловъ n_1x, N_1x, N_2x, . . . замѣнить соотвѣтствующими разложеніями въ ряды по формуламъ:

$$\sin\,(\tau\, x) = \tau\, x - \frac{1}{6}\tau^3x^3 + \frac{1}{120}\tau^5x^5 - \cdots$$
$$\cos\,(\tau\, x) = 1 - \frac{1}{2}\tau^2x^2 + \frac{1}{24}\tau^4x^4 - \cdots\cdots$$

Тогда предыдущее уравненіе принимаетъ видъ:

$$0 = (0) + (\mathrm{I})\, x - \frac{1}{2}(\mathrm{II})\, x^2 - \frac{1}{6}(\mathrm{III})\, x^3 + \frac{1}{24}(\mathrm{IV})\, x^4 + \cdots\cdots$$

Для примѣра привожу выраженіе (0):

$$\begin{aligned}(0) = &+ \cos^2\frac{\varepsilon}{2}\, \sin K \\ &+ \{\operatorname{tg}\varphi\, \sin\varepsilon\, \sin K\}\, \cos A \;+ \{\operatorname{tg}\varphi\, \sin\varepsilon\, \cos K\}\, \sin A \\ &+ \left\{-\sin^2\frac{\varepsilon}{2}\, \sin K\right\} \cos 2A + \left\{-\sin^2\frac{\varepsilon}{2}\, \cos K\right\} \sin 2A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+\Sigma\, \{-d_s \sec\varphi\, \cos K_s\}\, \cos S && +\Sigma\, \{d_s \sec\varphi\, \sin K_s\}\, \sin S \\
&+\Sigma\, \{a_m \operatorname{tg}\varphi\, \sin\varepsilon\, \sin K_m\}\, \cos M && +\Sigma\, \{a_m \operatorname{tg}\varphi\, \sin\varepsilon\, \cos K_m\}\, \sin M \\
&+\Sigma\, \{c_q \operatorname{tg}\varphi\, \cos\varepsilon\, \sin K_q\}\, \cos Q && +\Sigma\, \{c_q \operatorname{tg}\varphi\, \cos\varepsilon\, \cos K_q\}\, \sin Q \\
&+\Sigma \left\{-a_m \sin^2\frac{\varepsilon}{2}\, \sin K_m\right\} \cos\,[A + M] && +\Sigma \left\{-a_m \sin^2\frac{\varepsilon}{2}\, \cos K_m\right\} \sin[A + M] \\
&+\Sigma \left\{a_m \cos^2\frac{\varepsilon}{2}\, \sin K_m\right\} \cos\,[A - M] && +\Sigma \left\{-a_m \cos^2\frac{\varepsilon}{2}\, \cos K_m\right\} \sin[A - M] \\
&+\Sigma \left\{-\frac{c_q}{2}\, \sin\varepsilon\, \sin K_q\right\} \cos\,[A - Q] && +\Sigma \left\{\frac{c_q}{2}\, \sin\varepsilon\, \cos K_q\right\} \sin[A - Q] \\
&+\Sigma \left\{-\frac{c_q}{2}\, \sin\varepsilon\, \sin K_q\right\} \cos\,[A + Q] && +\Sigma \left\{-\frac{c_q}{2}\, \sin\varepsilon\, \cos K_q\right\} \sin[A + Q]
\end{aligned}$$

Для (I) первые члены имѣютъ видъ:

$$
\begin{aligned}
(I) = & - N_2 \cos^2\frac{\varepsilon}{2} \cos K \\
& + \{n_1 \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \cos K\} \cos A \quad + \{- n_1 \operatorname{tg}\varphi \sin\varepsilon \sin K\} \sin A \\
& + \left\{- N_1 \sin^2\frac{\varepsilon}{2} \cos K\right\} \cos 2A \quad + \left\{N_1 \sin^2\frac{\varepsilon}{2} \sin K\right\} \sin 2A \\
& + \cdots\cdots\cdots \quad \cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
$$

Для данной широты мѣста φ и наклонности экватора къ эклиптикѣ ε каждый изъ коэффиціентовъ предыдущихъ выраженій имѣетъ опредѣленное числовое значеніе. Простымъ обращеніемъ ряда

$$0 = (0) + (I)\, x - \frac{1}{2} (II)\, x^2 - \cdots$$

получаемъ для x выраженіе съ числовыми коэффиціентами и съ аргументами, входящими въ выраженія (0), (I)... или простыми ихъ комбинаціями.

Для примѣра приводится для широты Петрограда выраженіе T для *захода Луны*, полученное въ первомъ приближеніи. Для простоты аргументы неравенствъ нѣсколько измѣнены: вмѣсто A введена средняя долгота Луны l, оставлены g и g' и введенъ аргументъ варіаціи $2D = 2g - 2g' + 2\omega - 2\omega'$.

$$
\begin{array}{lll}
T = & + 0.2511 & \\
& + 0.0069 \cos l & + 0.1266 \sin l \\
& - 0.0014 \cos 2l & - 0.0047 \sin 2l \\
& - 0.0011 \cos 4l & - 0.0070 \sin 3l \\
& & + 0.0031 \sin ☊ \\
& & + 0.0019 \sin (l + ☊) \\
& & - 0.0005 \sin (3l + ☊) \\
& & - 0.0292 \sin (- l + ☊) \\
& & + 0.0025 \sin (- 2l + ☊) \\
& & + 0.0020 \sin (- 3l + ☊) \\
& & - 0.0005 \sin (- 5l + ☊) \\
& & + 0.0003 \sin (- g - l + 2D + ☊) \\
& & + 0.0010 \sin (\quad - l + 2D + ☊) \\
& & + 0.0004 \sin (- g + l + 2D - ☊) \\
& & + 0.0002 \sin (\quad l + 2D - ☊) \\
& & + 0.0015 \sin (g - l + ☊) \\
& & - 0.0015 \sin (- g - l + ☊) \\
& + 0.0009 \cos g & + 0.0177 \sin g \\
& & + 0.0006 \sin 2g \\
& & + 0.0005 \sin g'
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
 & -\ 0.0002 \sin(-2g + l) \\
 & -\ 0.0069 \sin(-g + l) \\
+\ 0.0008 \cos(g + l) & +\ 0.0068 \sin(g + l) \\
 & +\ 0.0004 \sin(2g + l) \\
 & +\ 0.0008 \sin(-g + 2l) \\
 & -\ 0.0007 \sin(g + 2l) \\
 & +\ 0.0008 \sin(-g + 3l) \\
 & -\ 0.0012 \sin(g + 3l) \\
 & +\ 0.0002 \sin(-2g + 2D) \\
+\ 0.0002 \cos(-g + 2D) & +\ 0.0036 \sin(-g + 2D) \\
+\ 0.0002 \cos(2D) & +\ 0.0019 \sin(2D) \\
 & +\ 0.0007 \sin(-l + 2D) \\
 & +\ 0.0008 \sin(l + 2D) \\
 & +\ 0.0014 \sin(-g - l + 2D) \\
 & +\ 0.0014 \sin(-g + l + 2D) \\
 & -\ 0.0003 \sin(2l - 2\Omega)
\end{array}
$$

Выраженіе T для восхода Луны отличается отъ предыдущаго частью числовыми величинами коэффиціентовъ, а главнымъ образомъ знаками главныхъ неравенствъ.

RÉSUMÉ.

I. Sur le calcul de l'orbite du neuvième satellite de Jupiter par M. Viliev (pp. 21 — 28).

On traite dans cet article la quéstion de la détermination de l'orbite du satellite d'une planète en tenant compte dès le commencement des perturbations produites par le Soleil. En prenant l'origine des coordonnées rectangulaires au centre de la planète J et en nommant x, y et z les coordonnées du Soleil S; X, Y et Z — celles de la terre E et ξ, η et ζ — celles du satellite T, on trouve par une méthode analogue à celle de Laplace l'équation fondamentale (3) qui sert a déterminer la distance inconnue du satellite. Les quantitées A, B et C qui y figurent doivent être calculées avec les coordonnées

observées du satellite. Si l'on calcule les quantitées analogues A_0, B_0 et C_0 en se servant des coordonnées géocentriques de la planète, on trouve l'équation (4) qui peut être rammenée à la forme (6) par introduction de l'angle z figurant dans l'équation fondamentale de la méthode le Gauss. La distance du satellite une fois trouvée on peut déterminer les élements osculateurs de son orbite.

II. Perturbations absolues de la planète (55) Pandore par Jupiter et Saturne par M. Viliev (pp. 29—34).

On sait qu'autrefois A. Möller avait calculé les perturbations absolues du premier ordre de la planète (55) Pandore par Jupiter et Saturne en se servant de la méthode de Hansen. Une détermination nouvelle est faite d'après les mêmes principes afin de s'assurer de l'éxactitude des coéfficients numériques qui peuvent être employées alors pour le calcul des tables du mouvement de cette planète. Les élements qui servent de base de cette nouvelle détermination sont un peu différents de ceux d' A. Möller. Les résultats définitifs de cette nouvelle détermination sont contenus dans les tables pp. 31 — 34. Les constantes d'intégration sont calculées pour la même osculation que chez A. Möller.

III. Perturbations absolues de la planète (1) Cérès par Jupiter, Saturne et Mars par M. Viliev (pp. 35—44).

L'article présent contient les résultats de l'application de la méthode de Hansen au calcul des perturbations absolues du premier ordre de Cérès par Jupiter, Saturne et Mars. Les élements moyens de cette planète qui ont servi du point de départ sont ceux de G. W. Hill (The Astr. Jour. № 368). Les éxpressions complètes des perturbations du premier ordre sont données dans les tables pp. 37—43.

IV. Méthode analytique pour le calcul du lever et du coucher de la Lune par M. Viliev (pp. 45—55).

Pour trouver le temps du lever ou du coucher de la Lune par la méthode habituelle on a besoin de recourrir à des approximations successives. J'ai fait voir que pour déterminer le moment cherché à une minute du temps près il ne faut avoir la longitude de la Lune qu'a 4′ près et la latitude qu'à 2′.5 près, même si le lieu pour lequel on calcule a la latitude géographique de 60°. La

théorie du mouvement de la Lune nous donne les expressions de ses coordonnées réctangulaires eclipticales en termes périodiques dont les arguments doivent être calculés pour le moment du lever ou du coucher. En nommant la culmination moyenne de la Lune le moment où la longitude moyenne de la Lune est égale au temps sidéral du lieu considéré et en rapportant tous les arguments figurant dans les coordonnées de la Lune au moment de la culmination moyenne on trouve à l'aide de l'équation fondamentale de la théorie du lever et du coucher le temps entre le lever de la Lune et la culmination moyenne ou entre la culmination moyenne et le coucher suivant sous la forme d'un aggrégat de termes périodiques à coéfficients constants dont un exemple est donné (pp. 54—55) pour le temps du coucher de la Lune à Pétrograd. Dans celle formule l est la longitude moyenne de la Lune; g et g′ — les anomalies moyennes de la Lune et du Soleil, ☊ — la longitude du noeud ascendent de l'orbite lunaire, D — l'argument de la variation. En réduisant ces éxpressions en tables numériques on aura une solution du problème qui présente quelques avantages dans le cas où l'on calcule le lever et le coucher de la Lune pour une année entière.

Петроградъ. Типографія акц. общ. „Слово". Ул. Жуковскаго, № 21—23, соб. д.

положенія: тѣло движется подъ вліяніемъ только тяготѣнія къ Юпитеру, или тѣло притягивается солнцемъ и не подвергается замѣтнымъ возмущеніямъ со стороны Юпитера.

Въ первомъ изъ этихъ случаевъ основное уравненіе, служащее для опредѣленія орбиты, получается изъ предыдущаго при предположеніи $M_\odot = 0$ и имѣетъ видъ

$$A\rho + B + k^2 C \frac{m}{\sigma^3} = 0$$

Во второмъ изъ указанныхъ случаевъ неизвѣстныя получаются изъ уравненія, аналогичнаго основному уравненію способа Laplace'а

$$A\rho = E + k^2 D \frac{M_\odot}{\Delta^3},$$

гдѣ

$$E = \begin{vmatrix} I_x & II_x & (x - X)'' \\ I_y & II_y & (y - Y)'' \\ I_z & II_z & (z - Z)'' \end{vmatrix}$$

Каждое изъ двухъ послѣднихъ уравненій можетъ быть приведено къ формѣ основного уравненія способа Gauss'а

$$M \sin^4 z = \sin (z + Q)$$

введеніемъ угла z при свѣтилѣ, орбита котораго опредѣляется, въ треугольникѣ, образованномъ притягивающимъ тѣломъ, свѣтиломъ и землей.

Въ случаѣ, когда опредѣляется орбита спутника планеты, выгоднѣе ввести въ разсмотрѣніе не самыя координаты его, а разности координатъ спутника и планеты: $\alpha - \lambda$ и $\delta - \beta$.

Вводя обозначенія:

$$I_x^o = \cos\beta \cos\lambda \;; \qquad II_x^o = 2\frac{dI_x^o}{dt} \;; \qquad III_x^o = \frac{d^2 I_x^o}{dt^2}$$

$$I_y^o = \cos\beta \sin\lambda \;; \qquad II_y^o = 2\frac{dI_y^o}{dt} \;; \qquad III_y^o = \frac{d^2 I_y^o}{dt^2}$$

$$I_z^o = \sin\beta \;; \qquad II_z^o = 2\frac{dI_z^o}{dt} \;; \qquad III_z^o = \frac{d^2 I_z^o}{dt^2}$$

$$A_o = \begin{vmatrix} I_x^o & II_x^o & III_x^o \\ I_y^o & II_y^o & III_y^o \\ I_z^o & II_z^o & III_z^o \end{vmatrix} \;; \qquad B_o = \begin{vmatrix} I_x^o & II_x^o & X'' \\ I_y^o & II_y^o & Y'' \\ I_z^o & II_z^o & Z'' \end{vmatrix} \;; \qquad C_o = \begin{vmatrix} I_x^o & II_x^o & X \\ I_y^o & II_y^o & Y \\ I^o & II^o & Z \end{vmatrix}$$

получаемъ для Юпитера

$$R\, I_x^o + X = o \qquad\qquad A_o\, R + B_o = o$$
$$R\, I_y^o + Y = o \qquad\qquad C_o = o$$
$$R\, I_z^o + Z = o$$

Послѣ этого уравненіе (3) можетъ быть приведено къ виду

$$A\rho - A_o R + (B - B_o) + k^2 (C - C_o) \left(\frac{m}{\sigma^3} + \frac{M\odot}{r^3}\right) = \frac{k^2 M\odot}{r^3} D \sum_{1}^{\infty} P_n^{(3)} \frac{\sigma^n}{r^n} \qquad (4$$

Обозначая черезъ G уголъ между радіусами-векторами σ и R и разлагая $\rho = \sqrt{R^2 - 2R\sigma \cos G + \sigma^2}$ по степенямъ σ, получаемъ выраженіе

$$\rho = R - \sigma \cos G + \frac{\sigma^2}{R} [- \tfrac{1}{2} \cos^2 G + \tfrac{1}{2}]$$
$$+ \frac{\sigma^3}{R^2} [- \tfrac{1}{2} \cos^3 G + \tfrac{1}{2} \cos G]$$
$$+ \frac{\sigma^4}{R^3} [- \tfrac{5}{8} \cos^4 G + \tfrac{8}{4} \cos^2 G - \tfrac{1}{8}]$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

или вообще

$$\rho = R + \sum_{1}^{\infty} Q_n \frac{\sigma^n}{R^{n-1}}$$

Подставляя это въ уравненіе (4), получаемъ

$$\left((A - A_o) R + (B - B_o) + k^2 (C - C_o) \frac{M\odot}{r^3} \right) + k^2 (C - C_o) \frac{m}{\sigma^3} + \sum_{1}^{\infty} \Big\{ ARQ_n -$$
$$- \frac{k^2 M\odot D}{r^3} \frac{R^n}{r^n} P_n^{(3)} \Big\} \frac{\sigma^n}{R^n} = o \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ (5)$$

Изъ сферическаго треугольника ETS, образованнаго на сферѣ направленіями JE, JT и JS, получаемъ соотношеніе между углами H и G въ видѣ

$$\cos H = \cos G \cos \omega + \sin G \sin \omega \cos \varphi,$$

гдѣ ω — угловое іовицентрическое разстояніе солнца отъ земли; φ — уголъ положенія спутника относительно большого круга, проходящаго черезъ Юпитеръ и солнце.

Основной неизвѣстной задачи считаемъ уголъ z при точкѣ T въ треугольникѣ EJT. Уголъ этого треугольника при центрѣ земли, получаемый изъ наблюденій, какъ угловое разстояніе спутника отъ планеты, называемъ Ψ. Послѣ этого имѣемъ равенства

$$G = 180^\circ - (z + \Psi)$$

$$\sigma = \frac{R \operatorname{Sin} \Psi}{\operatorname{Sin} z}$$

$$\cos H = \mu \cos z + \nu \sin z$$

гдѣ

$$\mu = -\cos \Psi \cos \omega + \sin \Psi \sin \omega \cos \varphi$$

$$\nu = \sin \Psi \cos \omega + \cos \Psi \sin \omega \cos \varphi$$

Выдѣляя изъ суммы въ уравненіи (5) главный членъ, содержащій σ въ первой степени, и преобразуя уравненіе къ неизвѣстной z, получаемъ основное уравненіе въ окончательномъ видѣ:

$$M \sin^4 z = q \sin (z + Q) + \sum_2^\infty S_n \frac{\sin^n \Psi}{\sin^{n-1} z}$$

Здѣсь положено

$$M = -\frac{k^2 (C - C_o) m}{R^3 \sin^3 \Psi}$$

$$q \sin Q = (A - A_o) R + (B - B_o) + k^2 (C - C_o) \frac{M\odot}{r^3} - - AR \sin^2 \Psi - \frac{3 k^2 M\odot DR}{r^4} \nu \sin \Psi$$

$$q \cos Q = AR \sin \Psi \cos \Psi - \frac{3 k^2 M\odot DR}{r^4} \mu \sin \Psi$$

$$S_n = AR\, Q_n - \frac{k^2 M\odot D}{r^3} \frac{R^n}{r^n} P_n^{(3)} \qquad (6)$$

При вычисленіи величинъ, входящихъ въ это уравненіе, можно поступать слѣдующимъ образомъ.

Имѣя координаты спутника и Юпитера, находимъ для каждаго имѣющагося наблюденія

$$I_x' - I_x^o = -2 \sin \tfrac{1}{2}(\alpha - \lambda) \cos \delta \sin \tfrac{1}{2}(\alpha + \lambda) - 2 \sin \tfrac{1}{2}(\delta - \beta) \cos \lambda \sin \tfrac{1}{2}(\delta + \beta)$$

$$I_y - I_y^o = +2 \sin \tfrac{1}{2}(\alpha - \lambda) \cos \delta \cos \tfrac{1}{2}(\alpha + \lambda) - 2 \sin \tfrac{1}{2}(\delta - \beta) \sin \lambda \sin \tfrac{1}{2}(\delta + \beta)$$

$$I_z - I_z^o = + 2 \sin \tfrac{1}{2}(\delta - \beta) \cos \tfrac{1}{2}(\delta + \beta)$$

затѣмъ механическимъ дифференцированіемъ полученныхъ числовыхъ значеній находимъ

$$II_x - II_x^o;\quad II_y - II_y^o;\quad II_z - II_z^o;\quad III_x - III_x^o;\quad III_y - III_y^o;\quad III_z - III_z^o$$

Разности $(A - A_o)$, $(B - B_o)$ и $(C - C_o)$ вычисляются по общей схемѣ:

$$\begin{vmatrix} A_{11}+\delta_{11}; & A_{21}+\delta_{21}; & A_{31} \\ A_{12}+\delta_{12}; & A_{22}+\delta_{22}; & A_{32} \\ A_{13}+\delta_{13}; & A_{23}+\delta_{23}; & A_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} A_{11}; & A_{21}; & A_{31} \\ A_{12}; & A_{22}; & A_{32} \\ A_{13}; & A_{23}; & A_{33} \end{vmatrix} = \Phi_1 + \Phi_2 ,$$

гдѣ

$$\Phi_1 = \begin{vmatrix} \delta_{11}; & A_{21}; & A_{31} \\ \delta_{12}; & A_{22}; & A_{32} \\ \delta_{13}; & A_{23}; & A_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A_{11}; & \delta_{21}; & A_{31} \\ A_{12}; & \delta_{22}; & A_{32} \\ A_{13}; & \delta_{23}; & A_{33} \end{vmatrix} ; \quad \Phi_2 = \begin{vmatrix} \delta_{11}; & \delta_{21}; & A_{31} \\ \delta_{12}; & \delta_{22}; & A_{32} \\ \delta_{13}; & \delta_{23}; & A_{33} \end{vmatrix}$$

и

$$\begin{vmatrix} A_{11}+\delta_{11}; & A_{21}+\delta_{21}; & A_{31}+\delta_{31} \\ A_{12}+\delta_{12}; & A_{22}+\delta_{22}; & A_{32}+\delta_{32} \\ A_{13}+\delta_{13}; & A_{23}+\delta_{23}; & A_{33}+\delta_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} A_{11}; & A_{21}; & A_{31} \\ A_{12}; & A_{22}; & A_{32} \\ A_{13}; & A_{23}; & A_{33} \end{vmatrix} = \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3 ,$$

гдѣ

$$\Psi_1 = \begin{vmatrix} \delta_{11}; & A_{21}; & A_{31} \\ \delta_{12}; & A_{22}; & A_{32} \\ \delta_{13}; & A_{23}; & A_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A_{11}; & \delta_{21}; & A_{31} \\ A_{12}; & \delta_{22}; & A_{32} \\ A_{13}; & \delta_{23}; & A_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} A_{11}; & A_{21}; & \delta_{31} \\ A_{12}; & A_{22}; & \delta_{32} \\ A_{13}; & A_{23}; & \delta_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Psi_2 = \begin{vmatrix} A_{11}; & \delta_{21}; & \delta_{31} \\ A_{12}; & \delta_{22}: & \delta_{32} \\ A_{13}; & \delta_{23}; & \delta_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \delta_{11}; & A_{21}; & \delta_{31} \\ \delta_{12}; & A_{22}; & \delta_{32} \\ \delta_{13}; & A_{23}; & \delta_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \delta_{11}; & \delta_{21}; & A_{31} \\ \delta_{12}; & \delta_{22}; & A_{32} \\ \delta_{13}; & \delta_{23}; & A_{33} \end{vmatrix}$$

$$\Psi_3 = \begin{vmatrix} \delta_{11}; & \delta_{21}; & \delta_{31} \\ \delta_{12}; & \delta_{22}; & \delta_{32} \\ \delta_{13}; & \delta_{23}; & \delta_{33} \end{vmatrix}$$

Здѣсь выдѣлены въ отдѣльныя группы члены разныхъ порядковъ малости. Основное уравненіе (6) рѣшается послѣдовательными приближеніями.

Когда z и ρ опредѣлены, величина $\frac{d\rho}{dt}$ получается изъ уравненій (2), а координаты ξ, η ζ и слагающія скоростей $\frac{d\xi}{dt}$, $\frac{d\eta}{dt}$ $\frac{d\zeta}{dt}$ изъ выраженій

$$\xi = X + I_x \rho ; \qquad \frac{d\xi}{dt} = \frac{dX}{dt} + \tfrac{1}{2} II_x \rho + I_x \frac{d\rho}{dt}$$
$$\eta = Y + I_y \rho ; \qquad \frac{d\eta}{dt} = \frac{dY}{dt} + \tfrac{1}{2} II_y \rho + I_y \frac{d\rho}{dt}$$
$$\zeta = Z + I_z \rho ; \qquad \frac{d\zeta}{dt} = \frac{dZ}{dt} + \tfrac{1}{2} II_z \rho + I_z \frac{d\rho}{dt}$$

Послѣдними шестью величинами опредѣляются оскулирующіе элементы орбиты спутника.

Численный примѣръ приложенія выведенныхъ формулъ къ спутникамъ Юпитера надѣюсь дать въ другой статьѣ.

1916. № 75.

ИЗВѢСТІЯ
НИКОЛАЕВСКОЙ ГЛАВНОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРІИ.
Томъ VII, 3.

BULLETIN
DE L'OBSERVATOIRE CENTRAL NICOLAS À POULKOVO.
Vol. VII, 3.

Эмпирическіе циклы солнечныхъ затменій.

М. ВИЛЬЕВА.

На зарѣ развитія точной астрономіи единственнымъ средствомъ для оріентировки въ наблюдавшихся однородныхъ явленіяхъ было отысканіе опредѣленныхъ періодовъ, по истеченіи которыхъ явленія повторялись въ прежнемъ порядкѣ. Такимъ образомъ теорія солнечныхъ затменій только тогда стала на твердую почву, когда было обнаружено, несомнѣнно сначала по луннымъ затменіямъ, что эти явленія повторяются приблизительно въ тѣхъ же условіяхъ черезъ 18 лѣтъ $10^1/_3$ дней, періодъ, который отъ вавилонянъ перешелъ къ греческимъ астрономамъ и извѣстенъ подъ именемъ Сароса. Только по аналогіи можно было его примѣнять и къ затменіямъ солнца, такъ какъ повторяемость ихъ въ этомъ случаѣ для опредѣленной мѣстности принадлежитъ къ рѣдкимъ явленіямъ, и во всякомъ случаѣ существуетъ, какъ это будетъ показано ниже, большое число цикловъ, значительно болѣе пригодныхъ для предсказанія по наблюденному затменію другого, имѣющаго произойти въ той же странѣ. Три раза взятый Саросъ — ἐξελιγμός по Птолемею, — значительно болѣе пригоденъ въ такомъ случаѣ и вѣроятно онъ и употреблялся для предсказанія будущихъ затменій, видимыхъ въ данномъ мѣстѣ.

Надо думать, что этими двумя періодами повторяемости солнечныхъ затменій не ограничивались знанія древнихъ въ этомъ вопросѣ. По крайней мѣрѣ исторія сохранила намъ извѣстія о случаяхъ предсказанія какъ греческими, такъ и китайскими астрономами такихъ затменій, которыя только съ большой натяжкой могутъ быть уложены въ рамки простого или тройного Сароса. Особенно загадочнымъ является тотъ фактъ, что Ѳалесъ могъ предсказать солнеч-

ное затменіе — 585 г. мая 28. Это побудило F. K. Ginzel'я разсмотрѣть, какія затменія имѣли достаточную фазу для Малой Азіи, чтобы быть доступными для наблюденій невооруженнымъ глазомъ и при помощи какого періода затменіе — 585 г. мая 28 могло быть выведено изъ наблюдавшихся раньше. Первая часть задачи рѣшена тѣмъ, что «Spezieller Kanon der Sonnen- und Mondfinsternisse» Ginzel'я даетъ условія видимости всѣхъ солнечныхъ затменій, видимыхъ въ области Средиземнаго моря за время отъ 900 г. до Р. Х. по 600 г. по Р. Х. Для рѣшенія второй части задачи Ginzel взялъ всѣ затменія, видимыя въ Малой Азіи за время отъ 900 г. до Р. Х. по 1 г. до Р. Х. и имѣющія фазу не меньше 9-ти дюймовъ.

Послѣдняя цифра была выбрана потому, что затменія съ меньшей фазой не могутъ броситься въ глаза неподготовленному наблюдателю. Къ выдѣленнымъ такимъ образомъ 128 затменіямъ Ginzel приложилъ слѣдующіе періоды и опредѣлилъ число случаевъ, въ которыхъ можно было по одному изъ затменій опредѣлить одно изъ слѣдующихъ:

1. Девятнадцатилѣтній циклъ Метона, содержащій 235 синодическихъ мѣсяцевъ и очень мало пригодный для предсказанія солнечныхъ затменій.

2. Семидесятишестилѣтній циклъ Каллиппа пригоденъ для указанной цѣли, если, какъ замѣтилъ это впервые D-r L. Schlachter[1]), уменьшить его на одинъ лунный мѣсяцъ. Полученный такимъ образомъ періодъ, содержащій 939 синодическихъ и 1019 драконическихъ мѣсяцевъ далъ Ginzel'ю достаточное число случаевъ возможности предвидѣть будущее затменіе солнца въ разсматриваемыхъ имъ случаяхъ.

3. Вавилонскій Саросъ оказался самъ по себѣ весьма мало примѣнимымъ, равно какъ и кратныя его, кромѣ тройного Сароса, являющагося наиболѣе совершеннымъ для предсказанія затменій изъ всѣхъ періодовъ, разсмотрѣнныхъ выше.

Этими тремя видами цикловъ короткаго періода въ сущности и ограничиваются наши знанія въ этой области. За послѣднее время въ литературѣ нѣсколько разъ подымался вопросъ о циклахъ долгаго періода (большихъ сталѣтъ), могущихъ имѣть примѣненіе въ разсматриваемомъ вопросѣ о предсказаніи будущихъ затменій въ данной мѣстности. Такимъ образомъ нѣсколькими былъ указанъ періодъ въ 521 юліанскій годъ, по истеченіи котораго затменія приходятся на тѣ же числа мѣсяцевъ. Впервые этотъ періодъ былъ найденъ, и притомъ совершенно случайно, русскимъ писателемъ Мельниковымъ-Печерскимъ, который въ своей статьѣ «Солнечныя затменія, видѣнныя въ Россіи до

---

[1]) Altes und neues über die Sonnenfinsterniss von Thales. Programm des freien Gymnasium zu Bonn pro Jahr 1898.

XVI стол.» [1]) указалъ на тотъ фактъ, что затменія 1321 іюня 26, упоминаемое въ русскихъ лѣтописахъ, и затменіе 1842 іюня 26 (по старому стилю) произошли въ одинъ и тотъ же день года и приблизительно въ одинъ и тотъ же часъ дня и вполнѣ опредѣленно высказалъ мысль о существованіи періода въ 521 годъ въ повторяемости затменій въ одномъ мѣстѣ земной поверхности. Впослѣдствіи другими авторами было указано еще нѣсколько подобныхъ случаевъ повторяемости солнечныхъ и лунныхъ затменій черезъ указанный періодъ.

Lersch указалъ [2]) на періоды въ 540 лѣтъ, въ 293 г. 89 дней и въ 365 л. 132 дня. Нѣсколько другихъ цикловъ обнаружили Stockwell и Cowell, но и здѣсь даже болѣе чѣмъ въ теоріи цикловъ короткаго періода замѣчается случайность и разбросанность указаній на тѣ или иные періоды и отсутствіе всякаго метода, при помощи котораго можно было бы обнаружить всѣ возможные въ данномъ случаѣ циклы.

Практическое значеніе подобныхъ цикловъ въ настоящее время сведено къ нулю, такъ какъ для предсказанія затменій они не примѣняются больше, теоретически же они имѣютъ нѣкоторый интересъ, такъ какъ подобные циклы примѣняются при составленіи таблицъ, по которымъ вычисляются элементы солнечныхъ и лунныхъ затменій. Такъ, напримѣръ, таблицы S. Newcomb'a [3]) основаны на Саросѣ; таблицы Oppolzer'a [4]) на Саросѣ и на циклѣ въ 358 синодическихъ мѣсяцевъ.

Теоретически говоря, каждыя два затменія, видимыя въ данномъ мѣстѣ или на землѣ вообще, указывая на приблизительное равенство нѣсколькихъ синодическихъ мѣсяцевъ луны съ нѣсколькими возвращеніями ея къ узлу, даютъ опредѣленный циклъ, но далеко не каждый изъ полученныхъ такимъ образомъ цикловъ пригоденъ для предсказанія дальнѣйшихъ затменій. Циклъ считается совершеннымъ тѣмъ болѣе, чѣмъ большее число разъ можно предсказать по нему будущее затменіе и чѣмъ точнѣе затменіе будетъ повторяться при тѣхъ же условіяхъ, какъ и предыдущія затменія того же цикла. Послѣднее условіе достигается въ томъ случаѣ, если разница между продолжительностью среднихъ синодическихъ мѣсяцевъ и среднихъ драконическихъ, укладывающихся въ циклъ, по возможности мала, такъ что достигается наиболѣе точное повтореніе среднихъ соединеній солнца и луны въ одномъ и томъ же разстояніи отъ средняго узла лунной орбиты. Дальше требуется, чтобы достигалось по истеченіи цикла возможно полное совпаденіе остальныхъ элементовъ, характеризующихъ лунное движеніе — именно g, g', ω, ω' и Ω — съ тѣми значеніями, которыя они имѣли

---

[1]) Отечественныя Записки за 1842 г.

[2]) Einleitung in die Chronologie. Aachen 1889. p. 58.

[3]) On the recurence of solar eclipses... Astronom. Papers. Vol.

[4]) Syzygientafeln für den Mond. Publicationen Astr. Ges. vol. XX.

въ началѣ цикла. Послѣднее условіе, требующееся только для затменій, повторяющихся въ одной и той же мѣстности, состоитъ въ томъ, чтобы циклъ состоялъ по возможности изъ цѣлаго числа сутокъ. Въ такомъ видѣ высказаннымъ условіямъ удовлетворяетъ, и то довольно неточно, тройной Саросъ, который такимъ образомъ, какъ это показываетъ и практика, является изъ всѣхъ остальныхъ короткихъ періодовъ наиболѣе совершеннымъ.

Простой Саросъ, удовлетворяя только двумъ первымъ условіямъ, оставляетъ невыполненнымъ послѣднее.

Обычно примѣняемый для отысканія цикла способъ состоитъ въ томъ, что отношеніе средняго синодическаго и средняго драконическаго періода развертывается въ непрерывную дробь, послѣдовательныя подходящія которой даютъ простые и весьма точные циклы. Такимъ образомъ, получается и Саросъ. Однако вполнѣ удобнымъ такой способъ назвать нельзя, такъ какъ получается только очень ограниченное число цикловъ и многіе весьма важные и удобные циклы такимъ пріемомъ не даются. Вслѣдствіе этого въ настоящей работѣ былъ примѣненъ другой пріемъ. Вычисленіемъ можно установить, какія затменія были видимы въ опредѣленной области за опредѣленный періодъ времени и какія имѣли достаточную фазу, чтобы могли броситься въ глаза неподготовленному наблюдателю. Предполагая, что всѣ подобныя затменія дѣйствительно наблюдались, можно опредѣлить, какіе періоды преобладаютъ въ этой послѣдовательности затменій и образуютъ, такимъ образомъ, болѣе или менѣе пригодные способы предсказанія этихъ явленій.

Подобнымъ образомъ были изслѣдованы двѣ серіи затменій. Первая состоитъ изъ 63 затменій, имѣвшихъ въ Малой Азіи фазу не меньше 9-ти дюймовъ. Они обнимаютъ время отъ 402-го года до Р. Х. по 7-ой годъ до Р. Х. и заимствованы изъ упоминавшейся уже выше работы Ginzel'я. Для второго изслѣдованія были взяты затменія, происшедшія за время 1060—1361 по Р. Х. и имѣвшія для центральной Россіи (Смоленскъ) фазу не ниже 6-ти дюймовъ [1]). Такихъ затменій произошло 69. Нѣкоторая разница въ намѣченной границѣ фазы, въ географической широтѣ мѣста, для котораго разсматриваются затменія, а также въ періодѣ времени, за который они взяты, позволяетъ судить, какъ эти факторы отзываются на дальнѣйшихъ результатахъ. Болѣе точныя даты этихъ явленій приведены въ слѣдующихъ спискахъ.

I серія. Античныя затменія.

—401	I 18	—347	II 19	—296	V 24	—229	V 5	—177	XII 22	—115	VIII 29	— 50	III
—393	VIII 14	—339	IX 15	—282	VIII 16	—227	IX 7	—175	VI 6	—104	II 3	— 37	I 14
—379	XI 5	—336	VII 14	—281	VIII 6	—220	IV 25	—173	X 10	—103	VII 19	— 35	V 19

[1]) Даніилъ Святскій. Астрономическія явленія въ русскихъ лѣтописяхъ съ научно-критической точки зрѣнія. Петроградъ. 1915.

Циклъ (въ годахъ).	3	4	5	6	7	8	9	Σ	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Σ
44.63				1	1			2					1					1
45.03								0		1		1	1	2	1			6
45.11	1	2	2		2			7		1	2	1	3	3				10
45.51					1			1										0
46.00				1	1	1		3										0
46.09								0				1	2	2	2			7
46.48		1	2	1		2	1	7		1		1	2	2	4			10
47.46		2	1	1		2		6		1	1		1	2	4	1		10
47.86								0			1		1		1			3
47.95			1	1			1	3				1		1				2
48.83			1		1		1	3			1	1		4	2	4		12
48.93			2	2	1			5			1	1	2	4		1		8
49.88								0						1	1		1	3

	5	6	7	8	9	10	11	Σ	7	8	9	10	11	12	13	14	Σ
50.29		1	3					4	1		4	2	1	1			9
50.77			1					1									0
51.26	1	3	1	3	1			9	1	1	1	2	5	2	1		13
51.56								0									0
51.67		1		1				2				2		1	1		4
51.75		3	1					4			1						1
52.63	1	1	1	1	1	1		6				1	1				2
52.72	2		3					5				2	1	3			6
53.12		1						1									0
54.09	1	3	8	8	3	3		26		5		4	12	5	6		32
55.07		1	1	3	1			6					2	2	1	1	6
55.46				2			1	3			1		2	3		1	7
55.55		1				1		2									0
56.35								0						1			1
56.43		1		1	2	1		5			1			4	1	1	7
56.52		1						1			1			3			4
56.92				1	1			2			1	1	1		1		4
57.41					1			1									0
57.49								0					1				1
57.89		2	3	1	3	2	1	12			1		2	5	3		11
58.29								0			1						1
58.86		1						1							2		2
59.26								0							2		2
59.34			1	3	1			5					1	1		1	3

Циклъ (въ годахъ).	7	8	9	10	11	12	13	Σ	9	10	11	12	13	14	15	16	17	Σ
60.23	1				2			3		1			2	1				4
60.32								0	1			2	3	2				8
60.72	2	1	1			1		5		2		3	2	1				8
61.20	1							1										0
61.69	1	2	3	1				7		2		2	6	3	3			16
62.17			1		1			2										0
62.65			1					1							1			1
6 3.06		1	1	1				3			1	1	2	5	1	1		11
63.14	1	1	1	2				5		1	1		2	1				5
64.03	1	1	2			1		5										0
64.12	1							1				1	1	2				4
64.52		1	3	3				7		1	1		2	3	1			8
64.95		1						1										0
65.49	1	3	2	2	1			9			1	1	2	6	3			13
65.89								0			1							1
65.97		1			1			2				1						1
66.46		1	1	2	1			5						1				1
66.86				2	2		1	5					1	2	4	1		8
66.95								0			2		4	3	1	1		11
67.84		1	1	2	1			4										0
68.31	1	1	1	1	1	2		7			1	2	1	3	4		1	12
69.29		2	3	1	1	1		8				1		2	6	2		11
69.69								0				2		1	1	1		5
69.78		1		1	2	1		5					1	2	1	1		5

	8	9	10	11	12	13	14	Σ	12	13	14	15	16	17	18	19	Σ
70.66	1		1		2	1		5		2		2	3	1			8
70.74		1	1					2	1		2	2					5
71.15						1		1									0
71.63				1				1									0
71.72								0				1	1				2
72.11	3		1	3	1			8	1	1	1	4	4	1			12
72.52								0		1							1
72.61	1		1					2			2	2	3	1			8
73.09	3		1	1				5									0
73.49		1						1			1		2	1			4
73.58	1		1	1				3				2	1				3
74.46			2		3			5						1			1
74.55		1						1		1		2	4				7

Циклъ (въ годахъ).	8	9	10	11	12	13	14	Σ	12	13	14	15	16	17	18	19	Σ
75.43			2	2		1		5									0
75.51								0						2			2
75.92			3	2	1	3		9		2	2	3	9	7			23
76.41			1		1		1	3					1		1		2
76.89								0									0
77.29				2				2			1	1	1	3	1		7
77.37		1						1				1	1	1	1		4
78.26						2	1	3				1	1	3	2		7
78.34			1		1			2					2	3	2		7
78.75					1	1		2			2			2	2	1	7
79.23							1	1									0
79.72		2	2	3			1	8			1	1	1	3	4		11

	9	10	11	12	13	14	15	16	Σ	15	16	17	18	19	20	21	Σ
80.12									0	1							1
80.21	1								1								0
80.69		1	1	1					3				1				1
81.10						2			2	1	3		3	3			10
81.17		3	1	1					5	1		3	1				5
81.57									0		1						1
82.06		1	3	2		1	2		9		1		2	1			4
82.14									0		1	2	2	1			6
82.55			1	1			1		3	1	2	2	4				9
83.03								1	1								0
83.52			3		2				5		1	2	2	4			9
83.92									0		1	1					2
84.01		1	1	1	2	1			6								0
84.40								1	1								0
84.48				1					1						1		1
84.89		1		1	1				3			3	1	4	2		10
84.98		1	3	1	1				6	1			2	3			6
85.38						1			1				1				1
85.86				3		1			4								0
85.95									0					2			2
86.35		1		2		1	1		5		1	1		3	2		7
87.32				2	2	1			5			1	1	2	4		8
87.72									0				1	1	1	1	4
87.80				2	1				3			1					1
88.29									0					1			1

Циклъ (въ годахъ).	9	10	11	12	13	14	15	16	Σ	15	16	17	18	19	20	21	Σ
88.69			1		2		1	1	5				2	1	2	2	6
88.78			2					1	3		1	2	3	2	4		12
89.66					1				1								0
89.75									0						1	1	2

	11	12	13	14	15	16	17	Σ	17	18	19	20	21	22	23	Σ
90.15	1	4		1				6	2	2		3				7
90.63					1			1								0
91.12		1	1					2		3		1	4			8
91.52								0	1	1	1		2			5
91.61	2	1	1			1		5		2	2	1	1			6
92.49			1	1				2			2	2	1	2		7
92.58		4	2	1				7					2			2
92.98								0			2		1			3
93.47			1					1								0
93.95		2	6	4	1			13		2	5	6	3	6		22
94.83							1	1								0
94.92	1		2					3					1			1
95.32			1			1		2				4	1	1	2	8
95.41	1		1	2	1			5			1	2				3
95.89						1		1								0
96.29				2	2			4							1	1
96.38			1	1				2			3		1	1		5
96.78								0				1	3			4
96.85						1		1								0
97.26		1		1				2								0
97.75		1	1	4	1			7				2	6	4	1	13
98.72					1			1					1			1
99.12					2	1		3			1			2		3
99.21		1	2	1				5				2		3	1	6

Числа этихъ таблицъ даютъ возможность судить, какіе циклы встрѣчаются чаще, какіе рѣже. Чтобы сдѣлать обѣ серіи I и II однородными, числа столбцовъ Σ были приведены къ тысячи всѣхъ случаевъ въ одной серіи. Изъ полученныхъ такимъ образомъ цикловъ главнѣйшіе приведены въ слѣдующей таблицѣ:

Циклъ.	Приведенное число случаевъ.		Циклъ.	Приведенное число случаевъ.	
	Серія I.	Серія II.		Серія I.	Серія II.
2.34	9	6	39.87	17	17
3.80	11	11	43.66	10	9
6.63	7	9	48.83	4	10
7.60	9	12	51.26	11	10
8.97	9	11	54.09	32	26
10.43	9	9	57.89	15	9
11.40	12	12	61.69	9	13
12.77	13	5	63.06	4	9
12.86	4	10	65.49	11	10
14.23	20	14	66.95	0	9
15.20	6	9	68.31	9	10
21.83	11	20	69.29	10	9
27.00	7	11	72.11	10	10
27.09	9	9	75.92	11	18
28.46	5	9	82.06	11	3
29.43	10	9	88.78	4	10
32.26	6	10	93.95	16	17
34.68	5	9	97.75	9	10

Каждый изъ полученныхъ выше цикловъ характеризуется нѣсколькими величинами. Такъ какъ циклъ образуется нѣкоторымъ числомъ m среднихъ синодическихъ мѣсяцевъ Σ, и числомъ n среднихъ драконическихъ мѣсяцевъ D, то не трудно видѣть, что циклъ будетъ тѣмъ болѣе совершеннымъ, чѣмъ точнѣе будетъ соблюдено равенство

$$m\Sigma = nD$$

Если это равенство соблюдено въ точности, то среднiй аргументъ лунной широты во время средняго новолунія будетъ однимъ и тѣмъ же для двухъ затменій одного и того же цикла. Если точнаго равенства нѣтъ, то отъ затменія къ затменію эта величина мѣняется. Такъ какъ затменія возможны только при аргументахъ широты луны въ среднее новолуніе, не превышающихъ опредѣленнаго предѣла, то затменіе опредѣленнаго цикла не можетъ повторяться всегда, а должно имѣть начало и конецъ. Тотъ промежутокъ времени, въ теченіе котораго затменіе повторяется, называется продолжительностью существованія цикла.

Въ слѣдующей таблицѣ приведены для главнѣйшихъ цикловъ, обнаруженныхъ предыдущими изслѣдованіями, числа m и n, mΣ и nD, разность между послѣдними величинами, число разъ повторенія затменія въ циклѣ и продолжительность существованія цикла.

Циклъ.	m	n	mΣ	nD	mΣ — nD	Число повтореній затм. въ циклѣ.	Продолжительность существов. цикла.
11.40	141	153	4163.8129	4163.4696	+0.3433	7	80 лѣтъ
14.23	176	191	5197.3835	5197.5338	—0.1503	16	230 „
21.83	270	293	7973.2589	7973.1802	+0.0787	31	670 „
39.87	493	535	14558.5799	14558.5365	+0.0434	56	2230 „
54.09	669	726	19755.9634	19756.0701	—0.1067	23	1230 „
75.92	939	1019	27729.2222	27729.2499	—0.0277	88	6640 „
93.95	1162	1261	34314.5434	34314.6066	—0.0632	38	3600 „

Въ таблицахъ, содержащихъ результаты изслѣдованія серій, приведено значительное число цикловъ. Если и существуютъ кромѣ этихъ еще циклы, которые можно было бы обнаружить подобнымъ же изслѣдованіемъ еще нѣсколькихъ серій при другихъ обстоятельствахъ относительно мѣстности, промежутка времени и величины наименьшей сохраняемой въ изслѣдованіи фазы, то apriori ясно, что такихъ цикловъ будетъ немного и они будутъ вообще мало пригодны для предсказанія затменій. Такимъ образомъ предыдущими вычисленіями въ достаточной степени выясненъ вопросъ, какіе циклы вообще можно получить изъ наблюденій, обнимающихъ достаточный промежутокъ времени. Изъ нихъ видно, что обычно упоминаемый Саросъ является весьма мало пригоднымъ цикломъ, такъ какъ ему соотвѣтствуетъ въ первой серіи всего 3 случая, во второй 10. Цикловъ съ подобнымъ же числомъ случаевъ таблицы показываютъ значительное число. Наибольшее число случаевъ приходится на тройной Саросъ. Кромѣ этихъ цикловъ имѣются весьма видные и долго существующіе циклы въ 39.87 лѣтъ и 93.95 лѣтъ, которые повидимому не были еще указаны въ литературѣ.

Для характеристики послѣднихъ двухъ цикловъ привожу изъ Канона затменій Oppolzer'a ряды затменій съ указаніемъ на характеръ затменія (t—полное; r — кольцеобразное; r-t — кольцеобразно-полное) и области значительной фазы.

Циклъ въ 39.87 л. = 14558.5 д.

№ затменія по Канону Oppolzer'a.	Дата.	Затменіе.	Область видимости.
....	....	....	....
6662	1600 VII 10	t	Флорида; Испанія; Индійскій океанъ.
6758	1640 V 20	r	Тихій океанъ; Мексика; Гвіана.
6860	1680 III 30	t	Атлантическій океанъ; Центральная Африка; Индія.
6960	1720 II 8	r	„ „ Южная Африка; „
7061	1759 XII 19	r	Бразилія; Атлантическій океанъ; Южная Африка.
7163	1799 X 28	t	Сѣверная Америка, Бразилія; Атлантическій океанъ.
7262	1839 IX 7	r	Японія; Тихій океанъ.
7357	1879 VII 19	r	Сѣверная Африка, Индійскій океанъ.
7451	1919 V 29	t	Бразилія, Атлантическій океанъ; Центральная Африка.
7543	1959 IV 8	r	Юж. Индійскій океанъ, Австралія; Тихій океанъ.
7630	1999 II 16	r	„ „ „ „ „ „
7719	2038 XII 26	t	Австралія; Юж. Ледовитый океанъ.
7809	2078 XI 4	r	Тихій океанъ; Южная Америка.
7900	2118 IX 15	t	„ „ „ „
....	....	....	....

Циклъ въ 93.95 л. = 34314.5 д.

№ затменія по Канону Oppolzer'a.	Дата.	Затменіе.	Область видимости.
....	....	....	....
6303	1442 VII 7	t	Японія; Сѣверная Америка.
6515	1536 VI 18	r	Сѣверная Америка; Швеція; Европейская Россія.
6732	1630 VI 10	t	„ „ Гренландія; Франція.
6970	1724 V 22	t	„ „ Атлантич. океанъ; Франція.
7209	1818 V 5	r	Сѣверная Африка; Кавказъ; Сибирь.
7433	1912 IV 17	r-t	Южная Америка; Франція; Россія.
7646	2006 III 29	t	Сѣверная Африка; Кавказъ; Сибирь.
7858	2100 III 10	r	Тихій океанъ; Сѣверная Америка.
....	....	....	....

Недостаткомъ послѣднихъ двухъ цикловъ по сравненію съ простымъ или тройнымъ Саросомъ является то, что характеръ затменія не сохраняется въ одномъ и томъ же циклѣ, такъ какъ полныя затменія, даже значительной продолжительности полной фазы, чередуются съ кольцеобразными затменіями, что объясняется тѣмъ обстоятельствомъ, что остальные элементы отъ затменія къ затменію не возвращаются даже приблизительно къ прежнимъ значеніямъ, какъ это имѣетъ мѣсто въ Саросѣ.

Вычисленіе истинной аномаліи въ эллиптическихъ орбитахъ близкихъ къ параболѣ.

М. ВИЛЬЕВА.

Въ случаѣ, когда эксцентриситетъ e эллипса близокъ къ единицѣ, удобно уравненіе Кеплера

$$\varepsilon - e \sin \varepsilon = \frac{k\,(t-T)}{q^{3/2}}\,(1-e)^{3/2} \qquad (1)$$

привести къ формѣ уравненія, опредѣляющаго истинную аномалію въ параболической орбитѣ. Для этого вводимъ вспомогательный уголъ ω по формулѣ

$$\operatorname{tang}\frac{\omega}{2} = \frac{\sin\varepsilon}{\sqrt{2\,(1-e)}}\,, \qquad (2)$$

и представляемъ уравненіе (1) въ видѣ

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\sqrt{2}}{k}\left\{\operatorname{tang}\frac{\omega}{2} + \frac{1}{3}\,f^2\,\operatorname{tang}^3\frac{\omega}{2}\right\} = \frac{t-T}{q^{3/2}} \\ &\text{гдѣ } f = \sqrt{6\,\frac{\varepsilon-\sin\varepsilon}{\sin^3\varepsilon}} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Для рѣшенія уравненія (2) умножаемъ обѣ части его на f и опредѣляемъ новую неизвѣстную W, связанную съ ω соотношеніемъ

$$\operatorname{tang}\frac{W}{2} = f\,\operatorname{tang}\frac{\omega}{2}\,, \qquad (3)$$

при помощи таблицъ параболическаго движенія кометъ на основаніи уравненія

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\sqrt{2}}{k}\left\{\operatorname{tang}\frac{W}{2} + \frac{1}{3}\,\operatorname{tang}^3\frac{W}{2}\right\} = M\,, \\ &\text{гдѣ } M = \frac{t-T}{q^{3/2}}\,f \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Задача рѣшается послѣдовательными приближеніями. Сначала полагаемъ $f=1$ и находимъ по таблицамъ параболическаго движенія приближенное значеніе ω; затѣмъ опредѣляемъ ε изъ уравненія (2), а по нему приближенное

значеніе f, дающее возможность точнѣе опредѣлить M въ уравненіи (4). Новое приближеніе для ε получается по формулѣ

$$\sin \varepsilon = \frac{\sqrt{2(1-e)}}{f} \operatorname{tang} \frac{W}{2} \qquad (5)$$

Когда W и ε опредѣлены достаточно точно, истинная аномалія v получается по формулѣ

$$\operatorname{tang} \frac{v}{2} = \frac{\sqrt{\frac{1+e}{2}}}{f \cos^2 \frac{\varepsilon}{2}} \operatorname{tang} \frac{W}{2} \qquad (6)$$

Излагаемый способъ требуетъ кромѣ общей таблицы параболическаго движенія еще только одну таблицу, дающую log f по аргументу ε.

Для примѣра прилагаю выведенныя формулы къ классическому примѣру опредѣленія истинной аномаліи для кометы Галлея, взятому изъ Theoria motus etc. Гаусса.

Даны: $e = 0.96764567$
$\log q = 9.7656500$
$t - T = 63.54400$

Отсюда получаемъ

$$\log\left(\frac{t-T}{q^{3/2}}\right) = 2.154600; \quad \log\sqrt{2(1-e)} = 9.405481; \quad \log\sqrt{\frac{1+e}{2}} = 9.996458$$

Первое приближеніе.		Второе приближеніе.		Третье приближеніе.	
		M	2.163771	M	2.163616
$\omega =$	99°36′56″.2	$\omega =$	100°20′28″.2	$\omega =$	100°19′44″.3
$\operatorname{tg}\frac{\omega}{2}$	0.073230	$\operatorname{tg}\frac{\omega}{2}$	0.078814	$\operatorname{tg}\frac{\omega}{2}$	0.078720
$\sin\varepsilon$	9.478711	$\sin\varepsilon$	9.475124	$\sin\varepsilon$	9.475185
$\varepsilon =$	17°31′25″.3	$\varepsilon =$	17°22′29″.9	$\varepsilon =$	17°22′38″.8
$\log f =$	0.009171	$\log f =$	0.009016	$\log f =$	0.009018

$\frac{\varepsilon}{2} =$ 8°41′19″.4

$f\cos^2\frac{\varepsilon}{2}$ 9.998993

$\operatorname{tang}\frac{\omega}{2}$ 0.078721

$\operatorname{tang}\frac{v}{2}$ 0.076186

$v =$ 100° 0′ 0″.0

Полученное значеніе v вполнѣ совпадаетъ съ тѣмъ, которое получилъ Гауссъ.

Слѣдующая таблица даетъ значенія log f по аргументу ε.

ε	log f.	ε	log f.	ε	log f.
0°00′	0.000000	5°20′	0.000847	10°40′	0.003391
10	1	30	901	50	3498
20	4	40	956		
30	8	50	1013	11 00	0.003607
40	13			10	3717
50	21	6 00	0.001072	20	3829
		10	1132	30	3943
1 00	0.000030	20	1194	40	4058
10	40	30	1258	50	4175
20	53	40	1323		
30	67	50	1390	12 00	0.004294
40	83			10	4414
50	100	7 00	0.001459	20	4536
		10	1529	30	4660
2 00	0.000119	20	1601	40	4785
10	140	30	1675	50	4912
20	162	40	1750		
30	186	50	1827	13 00	0.005041
40	212			10	5172
50	239	8 00	0.001906	20	5304
		10	1987	30	5438
3 00	0.000268	20	2069	40	5573
10	299	30	2153	50	5710
20	331	40	2238		
30	365	50	2325	14 00	0.005848
40	400			10	5988
50	437	9 00	0.002413	20	6130
		10	2503	30	6274
4 00	0.000476	20	2595	40	6419
10	517	30	2689	50	6566
20	559	40	2784		
30	603	50	2881	15 00	0.006715
40	648			10	6865
50	695	10 00	0.002980	20	7017
		10	3080	30	7171
5 00	0.000744	20	3182	40	7326
10	795	30	3286	50	7483
20	847	40	3391		

ε	log f.	ε	log f.	ε	log f.
15°50′	0.007483	18°40′	0.010412	21°30′	0.013831
		50	10600	40	14047
16 00	0.007642			50	14265
10	7802	19 00	0.010789		
20	7964	10	10980	22 00	0.014485
30	8128	20	11173	10	14707
40	8294	30	11367	20	14930
50	8461	40	11563	30	15155
		50	11761	40	15382
17 00	0.008630			50	15610
10	8800	20 00	0.011960		
20	8973	10	12161	23 00	0.015840
30	9147	20	12364	10	16072
40	9323	30	12568	20	16306
50	9500	40	12774	30	16541
		50	12982	40	16778
18 00	0.009679			50	17017
10	9860	21 00	0.013192		
20	10042	10	13403	24 00	0.017257
30	10226	20	13616		
40	10412	30	13831		

Къ вопросу о рѣшеніи уравненія $m \sin^4 z = \sin (z - q)$.

М. ВИЛЬЕВА.

При обычныхъ условіяхъ опредѣленія орбитъ малыхъ планетъ изъ наблюденій вопросъ сводится къ нахожденію того корня уравненія $m \sin^4 z = \sin (z - q)$, для котораго $z - q$ есть малая величина. Поэтому извѣстный теоретическій и практическій интересъ представляетъ задача о выраженіи искомаго корня въ аналитической явной формѣ въ зависимости отъ извѣстныхъ m и q. Полагая $z - q = \xi$ и разлагая въ этомъ случаѣ основное уравненіе по степенямъ ξ, получаемъ

$$\left.\begin{aligned} & m \sin^4 q + 4 m \sin^3 q \cos q\, \xi + [12 \sin^2 q - 16 \sin^4 q] \frac{\xi^2}{\underline{|2}} + [24 \sin q \cos q - \\ & - 64 \sin^3 q \cos q] \frac{\xi^3}{\underline{|3}} + [24 - 240 \sin^2 q + 256 \sin^4 q] \frac{\xi^4}{\underline{|4}} + \\ & + [-480 \sin q \cos q + 1024 \sin^3 q \cos q] \frac{\xi^5}{\underline{|5}} + \cdots = \xi \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Предполагая, что ξ можетъ быть представлено въ видѣ ряда, расположеннаго по степенямъ m вида:

$$\xi = Am + Bm^2 + Cm^3 + Dm^4 + Em^5 + \cdots, \qquad (2)$$

подставляя выраженіе (2) въ уравненіи (1) и приравнивая коэффиціенты при одинаковыхъ степеняхъ m, получаемъ искомый корень въ видѣ:

$$\left.\begin{aligned} z = q & + m \sin^4 q \\ & + m^2 [4 \sin^7 q \cos q] \\ & + m^3 \left[22 \sin^{10} q - \frac{143}{6} \sin^{12} q\right] \\ & + m^4 [140 \sin^{13} q - 168 \sin^{15} q] \cos q \\ & + m^5 \left[969 \sin^{16} q - 2261 \sin^{18} q + \frac{52003}{40} \sin^{20} q\right] \\ & + \cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Для примѣра примѣнимъ полученную формулу къ случаю

$$\log m = 1.30455$$
$$q = 5^\circ 56' 14''$$

Тогда получаемъ

$$
\begin{array}{lr}
\text{Членъ съ } m = + & 476''.11 \\
\text{» » } m^2 = + & 42.27 \\
\text{» » } m^3 = + & 5.15 \\
\text{» » } m^4 = + & 0.74 \\
\text{» » } m^5 = + & 0.09 \\
\hline
z - q = + & 524''.4.
\end{array}
$$

Дѣйствительное значенie $z - q = + 524''.39$.

Вычисленie упрощается, если составить таблицы, дающія значенія функцій q, фигурирующихъ въ формулѣ (3). Если log m и q принимаютъ значенія большія, чѣмъ въ разобранномъ примѣрѣ, то полученныхъ членовъ разложенія недостаточно, и въ этомъ случаѣ формула (3) даетъ только приближенное значенie z, по которому не трудно найти и точное, если воспользоваться извѣстнымъ логариѳмическимъ способомъ Гаусса. Нужно однако замѣтить, что повидимому простѣйшимъ способомъ нахожденія приближеннаго значенія разности $z - q$ является прiисканie ея по таблицѣ съ двумя входами, дающими ее по аргументамъ log m и q.

О вычисленіи элементовъ орбиты по двумъ даннымъ геліоцентрическимъ положеніямъ свѣтила.

М. ВИЛЬЕВА.

Почти всѣ способы опредѣленія элементовъ орбиты изъ наблюденій приводятся къ нахожденію эксцентриситета и параметра коническаго сѣченія, описываемаго свѣтиломъ, по двумъ радіусамъ-векторамъ r_1 и r_2, соотвѣтствующимъ моментамъ t_1 и t_2 и по углу φ, заключенному между ними. Впервые къ такой постановкѣ вопроса пришелъ L. Euler въ своей Theoria motuum planetarum et cometarum, гдѣ problema V выражается въ слѣдующей формѣ:

Datis duabus a Sole distantiis FS & GS una cum angulo ad solem FSG ac preterea tempore, quo planeta vel cometa spatium FG absolvit, invenire latus rectum orbitae, hincque ipsam orbitam determinare, siquidem angulus FSG fuerit minimus.

Euler предложилъ рѣшеніе задачи сводящееся къ приближенной формулѣ, опредѣляющей параметръ p и имѣющей видъ при принятыхъ обозначеніяхъ (Theoria motuum etc. p. 24):

$$p = \left\{ \left[\frac{r_1 \, r_2}{k\,(t_2 - t_1)} \right]^2 + \frac{1}{3} \sqrt{r_1 \; r_2} \right\} \sin^2 \varphi ,$$

недостатокъ которой заключается въ томъ, что даже при небольшомъ эксцентриситетѣ орбиты и маломъ углѣ φ она даетъ очень мало точное значеніе p и нѣтъ способа увеличить точность.

Наиболѣе удобное рѣшеніе задачи предложилъ Gauss, и это рѣшеніе составляетъ едва-ли не самую замѣчательную часть его Theoria motus corporum coelestium, не улучшенную сколько-нибудь замѣтнымъ образомъ и до настоящаго времени. Вслѣдствіе этого рѣшенія задачи, предложенныя до Gauss'a, были совершенно забыты и никогда не употреблялись. C. V. L. Charlier показалъ, что рѣшеніе, основанное на методѣ Lagrange'a опредѣленія орбитъ по наблюденіямъ и сводящееся къ разложеніямъ по степенямъ промежутка времени $t_2 - t_1$, не лишено практическаго значенія *). Я покажу, какъ, пользуясь

---

*) C. V. L. Charlier. Die analytische Lösung des Bahnbestimmungsproblem.
Lagrange. Sur le problème de la détermination des orbites etc. (Oeuvres vol. IV).

основной идеей метода Euler'а, можно получить рѣшеніе, свободное отъ указанныхъ выше его недостатковъ.

Пусть S — площадь, описанная радіусомъ-векторомъ свѣтила, начиная съ момента прохожденія его черезъ перигеліи и до разсматриваемаго положенія на орбитѣ. Въ такомъ случаѣ, отмѣчая значками $_1$ и $_2$ величины, относящіяся соотвѣтственно къ моментамъ t_1 и t_2, можемъ написать

$$\left.\begin{aligned} S_2 - S_1 &= \left(\frac{dS}{d\upsilon}\right)_1 \varphi + \frac{1}{1.2}\left(\frac{d^2S}{d\upsilon^2}\right)_1 \varphi^2 + \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{d^3S}{d\upsilon^3}\right)_1 \varphi^3 + \cdots\cdots \\ S_1 - S_2 &= -\left(\frac{dS}{d\upsilon}\right)_2 \varphi + \frac{1}{1.2}\left(\frac{d^2S}{d\upsilon^2}\right)_2 \varphi^2 - \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{d^3S}{d\upsilon^3}\right)_2 \varphi^3 + \cdots\cdots \\ 2\{S_2 - S_1\} &= \left\{\left(\frac{dS}{d\upsilon}\right)_1 + \left(\frac{dS}{d\upsilon}\right)_2\right\}\varphi + \frac{1}{1.2}\left\{\left(\frac{d^2S}{d\upsilon^2}\right)_1 - \left(\frac{d^2S}{d\upsilon^2}\right)_2\right\}\varphi^2 + \frac{1}{1.2.3}\left\{\left(\frac{d^3S}{d\upsilon^3}\right)_1 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{d^3S}{d\upsilon^3}\right)_2\right\}\varphi^3 + \cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Принимая во вниманіе, что

$$\frac{dS}{d\upsilon} = \frac{1}{2} r^2 \text{ и } \frac{dr}{d\upsilon} = \frac{e}{p}\, r^2 \sin \upsilon,$$

гдѣ e — эксцентриситетъ и υ — истинная аномалія, находимъ

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{dS}{d\upsilon}\right)_1 + \left(\frac{dS}{d\upsilon}\right)_2 &= \frac{1}{2}\left(r_1{}^2 + r_2{}^2\right) \\ \left(\frac{d^2S}{d\upsilon^2}\right)_1 - \left(\frac{d^2S}{d\upsilon^2}\right)_2 &= \frac{e}{p} r_1{}^3 \sin \upsilon_1 - \frac{e}{p} r_2{}^3 \sin \upsilon_2 \\ \left(\frac{d^3S}{d\upsilon^2}\right)_1 + \left(\frac{d^3S}{d\upsilon^3}\right)_2 &= 3\frac{e^2}{p^2} r_1{}^4 \sin^2 \upsilon_1 + 3\frac{e^2}{p^2} r_2{}^4 \sin^2 \upsilon_2 + \frac{e}{p} r_1{}^3 \cos \upsilon_1 + \\ &\quad + \frac{e}{p} r_2{}^3 \cos \upsilon_2 \\ \left(\frac{d^4S}{d\upsilon^4}\right)_1 - \left(\frac{d^4S}{d\upsilon^4}\right)_2 &= 12\frac{e^3}{p^3} r_1{}^5 \sin^3 \upsilon_1 - 12\frac{e^3}{p^3} r_2{}^5 \sin^3 \upsilon_2 + 9\frac{e^2}{p^2} r_1{}^4 \sin \upsilon_1 \cos \upsilon_1 - \\ &\quad - 9\frac{e^2}{p^2} r_2{}^4 \sin \upsilon_2 \cos \upsilon_2 - \frac{e}{p} r_1{}^3 \sin \upsilon_1 + \frac{e}{p} r_2{}^3 \sin \upsilon_2 \\ \left(\frac{d^5S}{d\upsilon^5}\right)_1 + \left(\frac{d^5S}{d\upsilon^5}\right)_2 &= 60\frac{e^4}{p^4} r_1{}^6 \sin^4 \upsilon_1 + 60\frac{e^4}{p^4} r_2{}^6 \sin^4 \upsilon_2 + 72\frac{e^3}{p^3} r_1{}^5 \sin^2 \upsilon_1 \cos \upsilon_1 + \\ &\quad + 72\frac{e^3}{p^3} r_2{}^5 \sin^2 \upsilon_2 \cos \upsilon_2 + 9\frac{e^2}{p^2} r_1{}^4 \cos^2 \upsilon_1 + 9\frac{e^2}{p^2} r_2{}^4 \cos^2 \upsilon_2 - \\ &\quad - 12\frac{e^2}{p^2} r_1{}^4 \sin^2 \upsilon_1 - 12\frac{e^2}{p^2} r_2{}^4 \sin^2 \upsilon_2 - \frac{e}{p} r_1{}^3 \cos \upsilon_1 - \frac{e}{p} r_2{}^3 \cos \upsilon_2 \\ \left(\frac{d^6S}{d\upsilon^6}\right)_1 - \left(\frac{d^6S}{d\upsilon^6}\right)_2 &= 360\frac{e^5}{p^5} r_1{}^7 \sin^5 \upsilon_1 - 360\frac{e^5}{p^5} r_2{}^7 \sin^5 \upsilon_2 + 600\frac{e^4}{p^4} r_1{}^6 \sin^3 \upsilon_1 \cos \upsilon_1 - \\ &\quad - 600\frac{e^4}{p^4} r_2{}^6 \sin^3 \upsilon_2 \cos \upsilon_2 + 180\frac{e^3}{p^3} r_1{}^5 \sin \upsilon_1 \cos^2 \upsilon_1 - \\ &\quad - 180\frac{e^3}{p^3} r_2{}^5 \sin \upsilon_2 \cos^2 \upsilon_2 - 120\frac{e^3}{p^3} r_1{}^5 \sin^3 \upsilon_1 + 120\frac{e^3}{p^3} r_2{}^5 \sin^3 \upsilon_2 - \\ &\quad - 45\frac{e^2}{p^2} r_1{}^4 \sin \upsilon_1 \cos \upsilon_1 + 45\frac{e^2}{p^2} r_2{}^4 \sin \upsilon_2 \cos \upsilon_2 + \frac{e}{p} r_1{}^3 \sin \upsilon_1 - \frac{e}{p} r_2{}^3 \sin \upsilon_2 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Значенія послѣднихъ величинъ зависятъ отъ неизвѣстныхъ

$$X_1 = \frac{e}{p} \cos \upsilon_1 \qquad X_2 = \frac{e}{p} \cos \upsilon_2$$

$$Y_1 = \frac{e}{p} \sin \upsilon_1 \qquad Y_2 = \frac{e}{p} \sin \upsilon_2$$

Если обозначать буквами безъ значковъ значенія X, Y и υ, соотвѣтствующія положенію свѣтила на радіусѣ-векторѣ, дѣлящемъ уголъ φ пополамъ, то можно написать

$$X_1 = \frac{e}{p} \cos \left(\upsilon - \frac{\varphi}{2}\right) = X \cos \frac{\varphi}{2} + Y \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$Y_1 = \frac{e}{p} \sin \left(\upsilon - \frac{\varphi}{2}\right) = Y \cos \frac{\varphi}{2} - X \sin \frac{\varphi}{2} \qquad 1 + e \cos \left(\upsilon - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{p}{r_1}$$

$$X_2 = \frac{e}{p} \cos \left(\upsilon + \frac{\varphi}{2}\right) = X \cos \frac{\varphi}{2} - Y \sin \frac{\varphi}{2} \qquad 1 + e \cos \left(\upsilon + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{p}{r_2}$$

$$Y_2 = \frac{e}{p} \sin \left(\upsilon + \frac{\varphi}{2}\right) = Y \cos \frac{\varphi}{2} + X \sin \frac{\varphi}{2}$$

Отсюда получаемъ

$$\left.\begin{aligned}
X &= \frac{r_1 + r_2}{2 r_1 r_2} \sec \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{p} \sec \frac{\varphi}{2} \\
Y &= \frac{r_2 - r_1}{2 r_1 r_2} \operatorname{cosec} \frac{\varphi}{2} \\
X_1 &= \frac{1}{r_1} - \frac{1}{p} \\
Y_1 &= \left[\frac{r_2 - r_1}{2 r_1 r_2} \cot \frac{\varphi}{2} - \frac{r_1 + r_2}{2 r_1 r_2} \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2}\right] + \frac{1}{p} \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} = \alpha_1 + \frac{1}{p} \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} \\
X_2 &= \frac{1}{r_2} - \frac{1}{p} \\
Y_2 &= \left[\frac{r_1 + r_2}{2 r_1 r_2} \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} + \frac{r_2 - r_1}{2 r_1 r_2} \cot \frac{\varphi}{2}\right] - \frac{1}{p} \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} = \alpha_2 - \frac{1}{p} \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2}
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Подставляя выраженія (2) въ третье изъ уравненій (1), находимъ:

$$\begin{aligned}
2\{S_2 - S_1\} = {} & \frac{1}{2} (r_1^2 + r_2^2) \varphi + \\
& + \frac{1}{2} [r_1^3 Y_1 - r_2^3 Y_2] \varphi^2 + \\
& + \frac{1}{6} [3(r_1^4 Y_1^2 + r_2^4 Y_2^2) + (r_1^3 X_1 + r_2^3 X_2)] \varphi^3 + \\
& + \frac{1}{24} [12(r_1^5 Y_1^3 - r_2^5 Y_2^3) + 9 (r_1^4 X_1 Y_1 - r_2^4 X_2 Y_2) - \\
& \quad - (r_1^3 Y_1 - r_2^3 Y_2)] \varphi^4 + \\
& + \frac{1}{120} [60(r_1^6 Y_1^4 + r_2^6 Y_2^4) + 72 (r_1^5 X_1 Y_1^2 + r_2^5 X_2 Y_2^2) + \\
& \quad + 9 (r_1^4 X_1^2 + r_2^4 X_2^2) - 12 (r_1^4 Y_1^2 + r_2^4 Y^2) - \\
& \quad - (r_1^3 X_1 + r_2^3 X_2)] \varphi^5 + \\
& + \frac{1}{720} [360(r_1^7 Y_1^5 - r_2^7 Y_2^5) + 600 (r_1^6 X_1 Y_1^3 - r_2^6 X_2 Y_2^3) + \\
& \quad + 180 (r_1^5 X_1^2 Y_1 - r_2^5 X_2^2 Y_2) - 120 (r_1^5 Y_1^3 - r_2^5 Y_2^3) - \\
& \quad - 45 (r_1^4 X_1 Y_1 - r_2^4 X_2 Y_2) + (r_1^3 Y_1 - r_2^3 Y_2)] \varphi^6 + \\
& \quad + \cdots\cdots\cdots
\end{aligned}$$

Принимая во вниманіе соотношенія (3) и сохраняя въ разложеніяхъ члены до порядка φ^6 включительно, можемъ написать предыдущую формулу въ видѣ:

$$
\begin{aligned}
2\left\{S_2 - S_1\right\} &= \frac{1}{2}(r_1^2 + r_2^2)\,\varphi + \\
&+ \frac{\varphi^2}{2}\left[(\alpha_1 r_1^3 - \alpha_2 r_2^3) + \frac{1}{p}\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}(r_1^3 + r_2^3)\right] + \\
&+ \frac{\varphi^3}{6}\Big\{\left[3(\alpha_1^2 r_1^4 + \alpha_2^2 r_2^4) + (r_1^2 + r_2^2)\right] + \frac{1}{p}\Big[6 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}(\alpha_1 r_1^4 - \alpha_2 r_2^4) - \\
&\qquad - (r_1^3 + r_2^3)\Big] + \frac{1}{p^2}\left[3 \operatorname{tang}^2\frac{\varphi}{2}(r_1^4 + r_2^4)\right]\Big\} + \\
&+ \frac{\varphi^4}{24}\Big\{\left[12(\alpha_1^3 r_1^5 - \alpha_2^3 r_2^5) + 8(\alpha_1 r_1^3 - \alpha_2 r_2^3)\right] + \frac{1}{p}\Big[36 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}(\alpha_1^2 r_1^5 + \\
&\qquad + \alpha_2^2 r_2^5) - 9(\alpha_1 r_1^4 - \alpha_2 r_2^4) + 8 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}(r_1^3 + r_2^3)\Big] + \\
&\qquad + \frac{1}{p^2}\left[36 \operatorname{tang}^2\frac{\varphi}{2}(\alpha_1 r_1^5 - \alpha_2 r_2^5) - 9 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}(r_1^4 + r_2^4)\right]\Big\} + \\
&+ \frac{\varphi^5}{120}\Big\{\left[60(\alpha_1^4 r_1^6 + \alpha_2^4 r_2^6) + 60(\alpha_1^2 r_1^4 + \alpha_2^2 r_2^4) + 8(r_1^2 + r_2^2)\right] + \\
&\qquad + \frac{1}{p}\Big[240 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}(\alpha_1 r_1^6 - \alpha_2 r_2^6) + 120 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}(\alpha_1 r_1^4 - \alpha_2 r_2^4) - \\
&\qquad - 72(\alpha_1^2 r_1^5 + \alpha_2^2 r_2^5) - 17(r_1^3 + r_2^3)\Big] + \\
&\qquad + \frac{1}{p^2}\left[-144 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}(\alpha_1 r_1^5 - \alpha_2 r_2^5) + 9(r_1^4 + r_2^4)\right]\Big\} + \\
&+ \frac{\varphi^6}{720}\Big\{\left[360(\alpha_1^5 r_1^7 - \alpha_2^5 r_2^7) + 480(\alpha_1^3 r_1^5 - \alpha_2^5 r_2^5) + 136(\alpha_1 r_1^3 - \alpha_2 r_2^3)\right] + \\
&\qquad + \frac{1}{p}\left[-600(\alpha_1^3 r_1^6 - \alpha_2^3 r_2^6) - 315(\alpha_1 r_1^4 - \alpha_2 r_2^4)\right] + \\
&\qquad + \frac{1}{p^2}\left[180(\alpha_1 r_1^5 - \alpha_2 r_2^5)\right]\Big\} + \cdots\cdots
\end{aligned}
$$

Замѣчая, что

$$2\left\{S_2 - S_1\right\} = k(t_2 - t_1)\sqrt{p}$$

и полагая

$$
\left.
\begin{aligned}
[0] = {} & (r_1^2 + r_2^2)\left[\frac{1}{2}\varphi + \frac{1}{6}\varphi^3 + \frac{1}{15}\varphi^5 + \cdots\right] + \\
& + (\alpha_1 r_1^3 - \alpha_2 r_2^3)\left[\frac{1}{2}\varphi^2 + \frac{1}{3}\varphi^4 + \frac{17}{90}\varphi^6 + \cdots\right] + \\
& + (\alpha_1^2 r_1^4 + \alpha_2^2 r_2^4)\left[\frac{1}{2}\varphi^3 + \frac{1}{2}\varphi^5 + \cdots\cdots\right] + \\
& + (\alpha_1^3 r_1^5 - \alpha_2^3 r_2^5)\left[\frac{1}{2}\varphi^4 + \frac{2}{3}\varphi^6 + \cdots\cdots\right] + \\
& + (\alpha_1^4 r_1^6 + \alpha_2^4 r_2^6)\left[\frac{1}{2}\varphi^5 + \cdots\cdots\right] + \\
& + (\alpha_1^5 r_1^7 - \alpha_2^5 r_2^7)\left[\frac{1}{2}\varphi^6 + \cdots\cdots\right] + \\
& + \cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\right\} \quad (4)
$$

$$\left.\begin{aligned}
[I] = (r_1^3 + r_2^3)\left[\frac{1}{12}\varphi^3 + \frac{11}{240}\varphi^5 + \cdots\cdots\right] + \\
+ (\alpha_1 r_1^4 - \alpha_2 r_2^4)\left[\frac{1}{8}\varphi^4 + \frac{5}{72}\varphi^6 + \cdots\cdots\right] + \\
+ (\alpha_1^2 r_1^5 + \alpha_2^2 r_2^5)\left[\frac{3}{20}\varphi^5 + \cdots\cdots\right] + \\
+ (\alpha_1^3 r_1^6 - \alpha_2^3 r_2^6)\left[\frac{1}{9}\varphi^6 + \cdots\cdots\right] + \\
+ \cdots\cdots\cdots\cdots \\
[II] = (r_1^4 + r_2^4)\left[\frac{1}{80}\varphi^5 + \cdots\cdots\right] + \\
+ (\alpha_1 r_1^5 - \alpha_2 r_2^5)\left[\frac{1}{40}\varphi^6 + \cdots\cdots\right] + \\
+ \cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

приводимъ основное уравненіе задачи, опредѣляющее параметръ p, къ виду

$$k(t_2 - t_1)\sqrt{p} = [0] + [I]\frac{1}{p} + [II]\frac{1}{p^2} + \cdots, \qquad (5)$$

которое и рѣшаемъ послѣдовательными приближеніями, пренебрегая сначала всѣми членами въ правой части кромѣ перваго.

Когда параметръ орбиты опредѣленъ, эксцентриситетъ и истинныя аномаліи v_1 и v_2 находятся по формуламъ (3), а остальныя величины, опредѣляющія движеніе свѣтила по орбитѣ, получаются по обычному способу.

Успѣшность примѣненія формулъ (4) и (5), если въ нихъ ограничиться только приведенными членами, зависитъ отъ малости угла φ и эксцентриситета, входящаго неявнымъ образомъ въ α_1 и α_2.

Примѣръ. Даны

$$\log r_1 = 0.387696$$
$$\log r_2 = 0.398525$$
$$\varphi = 13°52'44''.2$$
$$t_2 - t_1 = 52.97767$$

По нимъ находимъ сначала

$$\alpha_1 = -0.007800$$
$$\alpha_2 = +0.090666$$

Чтобы показать, какова сходимость рядовъ въ выраженіяхъ [0], [I] и [II], привожу отдѣльные члены:

+ 1.510772	+ 0.036984	+ 0.000778
— 0.046882	— 0.001706	— 0.000048
+ 0.002445	+ 0.000102	[II] = + 0.000730
— 0.000136	— 0.000004	
+ 0.000007	[I] = + 0.035376	
[0] = + 1.466206		

Рѣшеніе уравненія

$$[9.959674]\sqrt{p} = + 1.466206 + 0.035376 \frac{1}{p} + 0.000730 \frac{1}{p^2}$$

дало

$$\log p = 0.421018,$$

тогда какъ истинная величина, полученная по способу Gauss'a

$$\log p = 0.421019.$$

Таблицы для вычисленія погруженія луны въ земную полутѣнь.

М. ВИЛЬЕВА.

Обыкновенно тѣ случаи, когда луна въ истинное полнолуніе проходитъ цѣликомъ или отчасти по земной полутѣни, не погружаясь при этомъ въ тѣнь земли, не включаются въ число лунныхъ затменій. Если же, какъ это показалъ C. T. Whittmell *), считать ихъ также затменіями, то получаются интересные результаты относительно числа подобныхъ явленій теоретически возможныхъ въ данномъ году. Въ Nautical Almanac помѣщаются ежегодно общія указанія о подобныхъ погруженіяхъ луны въ земную полутѣнь, хотя за прежніе годы эти данныя не отличаются особенной полнотой: изъ 13-ти подобныхъ явленій, имѣвшихъ мѣсто за время 1901—1915 гг. только 8 упомянуты въ Nautical Almanac.

Предлагаемыя здѣсь таблицы даютъ возможность безъ значительнаго труда получить всѣ данныя, касающіяся погруженій луны въ земную полутѣнь, не имѣя необходимости разсматривать отдѣльно каждое полнолуніе въ году и прилагать къ нему критеріи возможности наступленія этого явленія. Составлены таблицы по образцу извѣстныхъ Syzygientafeln etc. Oppolzer'a **), позволяющихъ опредѣлять элементы солнечныхъ и лунныхъ затменій и выяснять возможность ихъ наступленія въ опредѣленное новолуніе или полнолуніе.

Въ дальнѣйшемъ приняты обозначенія входящихъ величинъ тѣ же, что и въ теоріи солнечныхъ затменій Hansen'a и въ таблицахъ Oppolzer'a, въ частности принимается, что

радіусъ полной лунной тѣни на фундаментальной плоскости $= 1.2952 - u'_a$
„ полутѣни на фундаментальной плоскости . . . . . . $= 0.7600 + u'_a$
„ луннаго диска въ тѣхъ же единицахъ . . . . $= 0.2730$

Увеличеніе радіуса тѣни, а также и полутѣни принято равнымъ $\frac{1}{40}$. Подобно тѣневымъ затменіямъ луны среднія условія наступленія погруженія луны въ земную полутѣнь зависятъ главнымъ образомъ отъ значенія аргумента III таблицъ Oppolzer'a въ среднее полнолуніе.

---

*) The Journal of the British Astronomical Association. Vol. XXV. February 1915 p. 225.

**) Th. Oppolzer. Syzygientafeln für den Mond etc.

Если принять вообще обозначенія:

t! — полное лунное затменіе навѣрно произойдетъ.

t? p! — частное лунное затменіе навѣрно произойдетъ, но можетъ, хотя и не навѣрно, произойти и полное.

t? p? — лунное затменіе можетъ произойти, а можетъ и не произойти. Если произойдетъ, то можетъ быть или только частнымъ или полнымъ.

p? — лунное затменіе произойдетъ, но не навѣрно. Если произойдетъ, то можетъ быть только частнымъ,

то для тѣневыхъ лунныхъ затменій существуютъ слѣдующія границы аргумента III:

Затменіе.	Границы аргумента III.
p?	366.0 — 380.5 и 20.7 — 35.2
t? p?	380.5 — 384.8 и 16.4 — 20.7
t? p!	384.8 — 397.5 и 3.7 — 16.4
t!	397.5 — 0.0 и 0.0 — 3.7

Подобнымъ же образомъ для полутѣневыхъ затменій я получилъ

Затменіе.	Границы аргумента III.
p?	350.6 — 365.4 и 35.8 — 50.6
t? p?	365.4 — 371.3 и 29.9 — 35.8
t? p!	371.3 — 384.3 и 17.0 — 29.9
t!	384.2 — 0.0 и 0.0 — 17.0

Въ приведенныхъ ниже таблицахъ удержаны только аргументы I—V таблицъ Oppolzer'a.

Періоды для всѣхъ аргументовъ равны 400.

Въ таблицѣ I (Циклы) приведены значенія T, L′, P и аргументовъ для начала цикловъ.

Въ таблицѣ II (Распредѣленіе затменій въ циклахъ) даны ихъ значенія для каждаго изъ возможныхъ въ циклѣ затменій и указанъ рядомъ характеръ тѣневого или полутѣневого затменія. Значенія аргументовъ I—V получаются, какъ сумма чиселъ, взятыхъ изъ I и II таблицъ, и по нимъ находятся изъ таблицъ III — V поправки T, L′, P и значенія элементовъ затменія logp, log ΛL, logq и u'_a. Въ результатѣ T (моментъ истиннаго полнолунія) получается выраженнымъ въ юліанскихъ дняхъ и ихъ десятичныхъ доляхъ и въ среднемъ астрономическомъ времени по гриничскому меридіану.

Вычисленіе обстоятельствъ луннаго затменія, или погруженія луны въ земную полутѣнь, а именно середины затменія T_m, продолжительности частной и полной фазы τ_p и τ_t, величины наибольшей фазы затменія въ десятичныхъ доляхъ луннаго діаметра G и угловъ положенія перваго и послѣдняго контактовъ P_a и P_e, производится по слѣдующимъ формуламъ (Oppolzer):

Тѣневыя затменія.		Полутѣневыя затменія.	
$B = p \operatorname{Sin} P$	$n \operatorname{Sin} N_1 = \Delta L$	$B = p \operatorname{Sin} P$	$n \operatorname{Sin} N_1 = \Delta L$
$\Delta B = q \operatorname{Cos} P$	$n \operatorname{Cos} N_1 = \Delta B$	$\Delta B = q \operatorname{Cos} P$	$n \operatorname{Cos} N_1 = \Delta B$
$T_m = T - \frac{60}{n} B \operatorname{Cos} N_1$		$T_m = T - \frac{60}{n} B \operatorname{Cos} N_1$	
$S_o = \pm B \operatorname{Sin} N_1$; $S_o > 0$		$S_o = \pm B \operatorname{Sin} N_1$; $S_o > 0$	
Частное затменіе.	Полное затменіе.	Частное затменіе.	Полное затменіе.
$\sigma_p = 1.568 - u'_a$	$\sigma_t = 1.022 - u'_a$	$\sigma_p = 1.033 + u'_a$	$\sigma_t = 0.487 + u'_a$
$\operatorname{Cos} \psi_p = \frac{S_o}{\sigma_p}$	$\operatorname{Cos} \psi_t = \frac{S_o}{\sigma_t}$	$\operatorname{Cos} \psi_p = \frac{S_o}{\sigma_p}$	$\operatorname{Cos} \psi_t = \frac{S_o}{\sigma_t}$
$\tau_p = \frac{60}{n} \sigma_p \operatorname{Sin} \psi_p$	$\tau_t = \frac{60}{n} \sigma_t \operatorname{Sin} \psi_t$	$\tau_p = \frac{60}{n} \sigma_p \operatorname{Sin} \psi_p$	$\tau_t = \frac{60}{n} \sigma_t \operatorname{Sin} \psi_t$
Наибольшая фаза. $G = [0.2628] (\sigma_p - S_o)$		Наибольшая фаза. $G = [0.2628] (\sigma_p - S_o)$	

Углы положенія точекъ начала и конца затменія, считаемые отъ сѣверной точки диска луны къ востоку.	
$\operatorname{tang} h = \operatorname{tang} \varepsilon \operatorname{Cos} L'$; $\operatorname{Cos} h > 0$; $M = N_1 + 90^\circ + h$	
Если $B > 0$	Если $B < 0$
$P_a = M + \psi_p$	$P_a = 180^\circ + M - \psi_p$
$P_e = M - \psi_p$	$P_e = 180^\circ + M + \psi_p$

Для примѣра привожу вычисленіе полутѣневого луннаго затменія 17 января 1908 г. Если требуется вычислить всѣ подобныя явленія за опредѣленный промежутокъ времени, то достаточно соотвѣтствующимъ образомъ комбинировать числа таблицъ I и II. При этомъ нѣкоторымъ изъ полученныхъ та-

кимъ образомъ датъ не будетъ соотвѣтствовать дѣйствительное наступленіе явленія, но можно навѣрно сказать, что ни одно изъ нихъ не будетъ пропущено.

Дата 17-го января 1908 г. соотвѣтствуетъ юліанскому дню 2417959. По таблицѣ цикловъ подыскиваемъ строку, имѣющую въ столбцѣ T ближайшее меньшее къ указанному число. Такимъ оказывается 2413440.263. Вычитая его изъ заданной даты, находимъ въ таблицѣ II число въ столбцѣ T весьма близкое къ полученной разности. Такимъ оказывается число 4518.180, которому, какъ видно изъ второго столбца таблицы II навѣрно соотвѣтствуетъ погруженіе луны въ земную полутѣнь. Дальнѣйшія вычисленія располагаются слѣдующимъ образомъ:

T	L′	P
2413440.263	185°.9	357°.5
4518.180	108.1	12.6
.373	.4	.4
.221	2.7	2.9
.015	.0	.2
.010	.0	.0
.006	.0	.0
2417959.068	297°.1	13°.6

Аргументы:				
I	II	III	IV	V
205.4	269.0	1	336	74
389.0	147.9	28	241	136
194.4	16.9	29	177	210

$\log p$	$\log \Delta L$	$\log q$	u'_a
0.743	9.698	8.704	0.566
0	0	1	9
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
0.744	9.699	8.706	0.576

$\log B = 0.115$
$\log \Delta B = 8.694$
$N_1 = 84°.4$
$\log n = 9.701$
$\log S_0 = 0.117$
$h = 11°.2$
$M = 185°.6$

$\sigma_p = 1.609$
$\psi_p = 35°.1$
$\tau_p = 110^m$
$G = 0.55$
$P_a = 221°$
$P_e = 150°$

T=1908 Янв. 17.068=
=Янв. 17 $1^h 38^m$

$-\frac{60}{n} B \cos N_1 = -15^m$

$T_m = 1^h 23^m$

Такимъ образомъ получаемъ для разсматриваемаго явленія

Начало погруженія луны въ полутѣнь	16-го января	$23^h 33^m$	ср. Грин. вр.
Середина » » » »	17-го января	1 23	» » »
Конецъ » » » »	17-го января	3 13	» » »

Наибольшая фаза въ частяхъ луннаго діаметра	= 0.55
Уголъ положенія перваго контакта	= 221°
» » послѣдняго »	= 150°

Таблица I. Циклы.

T	L′	P	Аргументы. I	II	III	IV	V
2237703.729	131.6	357.3	298.5	217.8	1	80	116
2248275.681	111.8	177.3	167.8	195.3	1	372	363
2258847.632	92.1	357.4	37.2	172.8	1	264	210
2269419.583	72.3	177.4	306.6	150.2	1	156	57
2279991.534	52.5	357.5	175.9	127.7	1	48	304
2290563.484	32.7	177.5	45.3	105.2	1	340	150
2301135.435	12.9	357.5	314.7	82.6	2	232	397
2311707.386	353.1	177.6	184.1	60.1	2	124	244
2318292.707	3.9	177.1	180.9	71.8	1	109	253
2328864.658	344.2	357.2	50.3	49.2	1	1	99
2339436.609	324.4	177.2	319.7	26.7	1	293	346
2350008.560	304.6	357.2	189.1	4.2	1	185	193
2360580.510	284.8	177.3	58.4	381.6	1	76	40
2371152.460	265.0	357.3	327.8	359.1	1	368	287
2381724.411	245.2	177.4	197.2	336.6	1	260	134
2392296.362	225.4	357.4	66.6	314.0	1	152	381
2402868.312	205.7	177.5	336.0	291.5	1	44	227
2413440.263	185.9	357.5	205.4	269.0	1	336	74
2424012.213	166.1	177.5	74.8	246.4	2	228	321
2434584.163	146.3	357.6	344.2	223.9	2	120	168
2441169.484	157.1	357.1	341.1	235.5	1	105	177
2451741.434	137.3	177.1	210.5	213.0	1	397	23
2462313.384	117.5	357.2	79.9	190.5	1	289	270
2472885.335	97.7	177.2	349.3	167.9	1	181	117
2483457.284	78.0	357.3	218.7	145.4	1	73	264
2494029.234	58.2	177.3	88.1	122.9	1	365	211

Таблица II. Распредѣленіе затменій въ циклахъ.

Затменіе. Тѣневое.	Полутѣневое.	T	L′	P	Аргументы. I	II	III	IV	V
t!	t!	0.000	334.8	0.0	0.0	0.0	0	0	0
t? p!	t!	177.183	149.5	184.0	142.1	194.0	9	378	366
t? p?	t? p!	354.367	324.1	8.0	336.2	388.1	18	356	332
	p?	502.020	109.6	161.4	87.6	149.8	359	338	237
p?	t? p!	531.550	138.7	192.0	116.3	182.1	27	335	298
p?	t? p?	679.203	284.3	345.4	259.7	343.8	368	316	203

Затменіе.		T	L′	P	Аргументы.				
Тѣневое.	Полутѣневое.				I	II	III	IV	V
	p?	708.734	313.4	16.1	288.4	376.1	36	313	264
p?	t? p!	856.387	98.9	169.4	31.8	137.8	377	294	169
	p?	885.918	128.0	200.1	60.5	170.2	45	291	230
t? p!	t!	1033.571	273.5	353.4	204.0	331.9	386	272	135
t? p!	t!	1210.754	88.2	177.8	368.1	125.9	394	250	102
t? p!	t!	1387.938	262.8	1.5	148.2	319.9	3	229	68
t? p!	t!	1565.121	77.5	185.5	320.3	114.0	12	207	34
	p?	1712.774	223.0	338.5	65.7	275.7	353	188	339
p?	t? p!	1742.305	252.1	9.2	84.4	308.0	21	185	0
	p?	1889.958	37.6	162.5	235.8	69.7	362	166	305
p?	t? p?	1919.489	66.8	193.6	264.5	102.0	30	163	366
p?	t? p!	2067.141	212.3	346.9	8.0	263.8	371	145	271
	p?	2096.672	241.4	17.6	36.6	296.1	39	141	332
t? p?	t? p!	2244.325	26.9	170.9	180.1	57.8	380	123	237
	p?	2373.855	56.0	201.6	208.7	90.1	48	119	298
t? p!	t!	2421.508	201.6	355.0	352.2	251.8	389	101	204
t!	t!	2598.692	16.2	179.0	124.3	45.9	398	79	170
t? p!	t!	2775.875	190.8	3.0	296.4	239.9	7	57	134
t? p?	t!	2953.059	5.5	187.0	68.5	33.9	16	35	102
	p?	3100.712	151.0	340.4	222.0	195.6	356	17	7
p?	t? p!	3130.242	180.1	11.1	240.7	228.0	25	13	68
p?	t? p?	3277.895	325.7	164.4	384.1	389.7	365	395	373
p?	t? p?	3307.426	354.8	195.1	12.8	22.0	34	391	34
p?	t? p!	3455.077	140.2	348.5	156.3	183.7	375	373	340
	p?	3484.610	169.4	19.2	185.0	216.0	43	369	1
t? p?	t? p!	3632.263	314.9	172.5	328.4	177.7	384	351	306
t? p!	t!	3809.446	129.6	356.5	100.5	171.7	393	329	272
t!	t!	3986.630	304.2	180.6	272.6	365.8	2	307	238
t? p!	t!	4163.813	118.8	4.6	44.7	159.8	11	285	204
	p?	4311.466	264.4	157.9	188.1	321.5	351	267	109
t? p?	t? p!	4340.997	293.5	188.6	216.8	353.8	20	263	170
	p?	4488.650	79.0	342.0	360.3	115.5	360	245	75
p?	t? p!	4518.180	108.1	12.6	389.0	147.9	28	241	136
p?	t? p?	4665.833	253.7	166.0	132.4	309.7	369	223	42
	p?	4695.364	282.8	196.6	161.1	341.9	37	219	103
p?	t? p!	4843.017	68.3	350.0	304.5	103.6	378	201	8
	p?	4872.547	97.4	20.7	333.2	135.9	46	197	69
t? p!	t!	5020.200	242.9	174.0	76.6	297.6	387	179	374
t? p!	t!	5197.384	57.6	358.0	248.7	91.7	396	157	340
t? p!	t!	5374.567	232.2	182.1	20.8	285.7	5	135	306
t? p!	t!	5551.751	46.9	6.1	192.9	79.8	14	113	272
	p?	5699.404	192.4	159.4	336.4	241.4	355	95	177

Затменіе.		T	L′	P	Аргументы.				
Тѣневое.	Полу-тѣневое.				I	II	III	IV	V
p?	t? p!	5728.934	221.5	190.1	365.1	273.8	23	92	238
	p?	5876.587	7.0	343.5	108.5	35.5	364	73	144
p?	t? p?	5906.118	36.1	14.1	137.2	67.8	32	70	205
p?	t? p!	6053.771	181.7	167.5	280.6	229.5	373	51	110
	p?	6083.302	210.8	198.2	309.3	261.9	41	48	171
t? p?	t? p!	6230.954	356.3	351.5	52.7	23.6	382	29	76
	p?	6260.485	25.4	22.2	81.4	55.9	50	26	137
t? p!	t!	6408.138	171.0	175.5	224.8	217.6	390	7	42
t!	t!	6585.322	345.6	359.6	396.9	11.6	399	386	8
t? p!	t!	6762.505	160.2	183.6	169.0	205.7	8	364	374
t? p?	t? p!	6939.689	334.9	7.6	341.1	399.7	17	342	341
	p?	7087.342	120.4	161.0	84.6	161.4	358	323	246
p?	t? p!	7116.872	149.5	191.6	113.3	193.7	26	320	307
p?	t? p?	7264.525	295.1	345.0	256.7	355.4	367	302	212
	t? p?	7294.056	324.2	15.7	285.4	387.8	35	298	273
p?	t? p!	7441.709	109.7	169.0	28.8	149.5	376	280	178
	p?	7471.239	138.8	199.7	57.5	181.8	44	276	239
t? p!	t!	7618.892	284.3	353.0	200.9	343.5	385	258	144
t? p!	t!	7796.076	99.0	177.1	373.0	137.5	394	236	110
t!	t!	7973.259	273.6	1.1	145.1	331.6	3	212	76
t? p!	t!	8150.443	88.3	185.1	317.3	125.6	12	192	43
	p?	8298.096	233.8	338.5	60.7	287.3	353	174	348
p?	t? p!	8327.626	262.9	9.1	89.4	319.6	21	170	9
	p?	8475.279	48.4	162.5	232.8	81.4	361	152	314
p?	t? p!	8504.810	77.5	193.1	261.5	113.7	30	148	375
p?	t? p?	8652.463	223.1	346.5	4.9	275.4	370	130	280
	p?	8681.993	252.2	17.2	33.6	307.7	39	126	341
p?	t? p!	8829.646	37.7	170.5	177.0	69.4	379	108	246
	p?	8859.177	66.8	201.2	205.7	101.8	47	104	307
t? p!	t!	9006.830	212.4	354.5	349.1	263.4	388	86	212
t!	t!	9184.013	27.0	178.6	121.2	57.5	397	64	178
t? p!	t!	9361.197	201.6	2.6	293.4	251.5	6	42	145
t? p!	t!	9538.380	16.3	186.6	65.5	45.6	15	20	111
	p?	9686.033	161.8	340.0	208.9	207.3	356	2	19
p?	t? p!	9715.564	190.9	10.6	237.6	239.6	24	398	77
	p?	9863.217	336.5	164.0	381.0	1.3	365	380	382
p?	t? p?	9892.747	5.6	194.7	9.7	33.6	33	376	43
p?	t? p!	10040.400	151.1	348.0	153.1	195.3	374	358	348
	p?	10069.931	180.2	18.7	181.8	227.7	42	354	9
t? p?	t? p!	10217.584	325.7	172.0	325.2	389.4	383	336	314
t? p!	t!	10394.767	140.4	356.1	97.3	183.4	392	314	280

Таблица III. Аргументъ I.

I	T	L′	P	log p	log Δ L	l g q	u′a
0	0.411	0.4	0.5	0.688	9.762	8.758	0.529
5	0.381	0.4	0.5	0.688	9.762	8.758	0.529
10	0.352	0.3	0.4	0.688	9.762	8.758	0.530
15	0.323	0.3	0.4	0.688	9.761	8.758	0.530
20	0.294	0.3	0.4	0.689	9.761	8.757	0.530
25	0.266	0.3	0.4	0.690	9.760	8.756	0.531
30	0.238	0.2	0.4	0.691	9.759	8.755	0.531
35	0.211	0.2	0.4	0.692	9.758	8.754	0.532
40	0.186	0.2	0.3	0.693	9.756	8.753	0.533
45	0.161	0.2	0.3	0.695	9.755	8.751	0.533
50	0.138	0.1	0.3	0.696	9.753	8.750	0.534
55	0.116	0.1	0.3	0.698	9.751	8.748	0.535
60	0.096	0.1	0.2	0.700	9.749	8.746	0.536
65	0.077	0.1	0.2	0.701	9.747	8.744	0.538
70	0.060	0.1	0.2	0.703	9.745	8.742	0.539
75	0.045	0.0	0.2	0.705	9.743	8.740	0.540
80	0.032	0.0	0.1	0.707	9.741	8.738	0.541
85	0.021	0.0	0.1	0.710	9.738	8.736	0.543
90	0.013	0.0	0.1	0.712	9.736	8.734	0.544
95	0.006	0.0	0.1	0.714	9.734	8.732	0.545
100	0.003	0.0	0.1	0.716	9.731	8.730	0.547
105	0.001	0.0	0.0	0.718	9.729	8.727	0.548
110	0.003	0.0	0.0	0.720	9.726	8.725	0.550
115	0.007	0.0	0.0	0.722	9,724	8.723	0.551
120	0.013	0.0	0.0	0.725	9.721	8.721	0.533
125	0.022	0.0	0.0	0.726	9.719	8.719	0.554
130	0.034	0.0	0.0	0.728	9.717	8.717	0.555
135	0.048	0.0	0.0	0.730	9.714	8.716	0.557
140	0.065	0.1	0.0	0.732	9.712	8.714	0.558
145	0.084	0.1	0.0	0.734	9.710	8.712	0.559
150	0.106	0.1	0.1	0.735	9.708	8.711	0.560
155	0.129	0.1	0.1	0.737	9.706	8.710	0.561
160	0.155	0.2	0.1	0.738	9.705	8.708	0.562
165	0.183	0.2	0.1	0.739	9.703	8.707	0.563
170	0.212	0.2	0.2	0.740	9.702	8.706	0.564
175	0.243	0.2	0.2	0.741	9.701	8.705	0.564
180	0.275	0.3	0.3	0.742	9.700	8.705	0.565
185	0.308	0.3	0.3	0.742	9.699	8.704	0.565
190	0.342	0.3	0.4	0.743	9.699	8.704	0.565
195	0.376	0.4	0.4	0.743	9.698	8.704	0.566
200	0.411	0.4	0.5	0.743	9.698	8.704	0.566

I	T	L′	P	log p	log Δ L	log q	u'_a
200	0.411	0.4	0.5	0.743	9.698	8.704	0.566
205	0.446	0.4	0.5	0.743	9.698	8.704	0.566
210	0.480	0.5	0.6	0.743	9.699	8.704	0.566
215	0.514	0.5	0.6	0.742	9.699	8.704	0.565
220	0.547	0.5	0.7	0.742	9.700	8.705	0.565
225	0.579	0.6	0.7	0.741	9.701	8.705	0.564
230	0.610	0.6	0.8	0.740	9.702	8.706	0.564
235	0.639	0.6	0.8	0.739	9.703	8.707	0.563
240	0.667	0.7	0.8	0.738	9.705	8.708	0.562
245	0.693	0.7	0.9	0.737	9.706	8.710	0.561
250	0.717	0.7	0.9	0.735	9.708	8.711	0.560
255	0.738	0.7	0.9	0.734	9.710	8.712	0.559
260	0.757	0.7	0.9	0.732	9.712	8.714	0.558
265	0.774	0.8	0.9	0.730	9.714	8.716	0.557
270	0.788	0.8	0.9	0.728	9.717	8.717	0.555
275	0.800	0.8	0.9	0.726	9.719	8.719	0.554
280	0.809	0.8	0.9	0.725	9.721	8.721	0.553
285	0.816	0.8	0.9	0.722	9.724	8.723	0.551
290	0.820	0.8	0.9	0.720	9.726	8.725	0.550
295	0.821	0.8	0.9	0.718	9.729	8.727	0.548
300	0.820	0.8	0.9	0.716	9.731	8.730	0.547
305	0.816	0.8	0.9	0.714	9.734	8.732	0.545
310	0.810	0.8	0.9	0.712	9.736	8.734	0.544
315	0.801	0.8	0.8	0.710	9.738	8.736	0.543
320	0.790	0.8	0.8	0.707	9.741	8.738	0.541
325	0.777	0.8	0.8	0.705	9.743	8.740	0.540
330	0.762	0.8	0.8	0.703	9.745	8.742	0.539
335	0.745	0.7	0.7	0.701	9.747	8.744	0.538
340	0.727	0.7	0.7	0.700	9.749	8.746	0.536
345	0.706	0.7	0.7	0.698	9.751	8.748	0.535
350	0.684	0.7	0.7	0.696	9.753	8.750	0.534
355	0.661	0.7	0.6	0.695	9.755	8.751	0.533
360	0.637	0.6	0.6	0.693	9.756	8.753	0.533
365	0.611	0.6	0.6	0.692	9.758	8.754	0.532
370	0.584	0.6	0.6	0.691	9.759	8.755	0.531
375	0.557	0.6	0.6	0.690	9.760	8.756	0.531
380	0.528	0.5	0.5	0.689	9.761	8.757	0.530
385	0.500	0.5	0.5	0.688	9.761	8.758	0.530
390	0.470	0.5	0.5	0.688	9.762	8.758	0.530
395	0.441	0.4	0.5	0.688	9.762	8.758	0.530
400	0.411	0.4	0.5	0.688	9.762	8.758	0.529

Таблица IV. Аргументъ II.

II	T	L′	P	log p	log Δ L	log q	u′a
0	0.174	2.1	2.3	0	0	1	9
10	0.202	2.4	2.6	0	0	1	9
20	0.229	2.8	3.0	0	0	1	9
30	0.255	3.1	3.3	0	0	1	9
40	0.279	3.4	3.6	0	0	1	8
50	0.300	3.6	3.9	0	0	1	8
60	0.317	3.8	4.2	0	0	1	8
70	0.331	4.0	4.3	0	1	1	7
80	0.341	4.1	4.5	0	1	1	6
90	0.347	4.2	4.5	0	1	1	5
100	0.348	4.2	4.6	1	1	1	5
110	0.346	4.2	4.5	1	1	0	4
120	0.339	4.1	4.4	1	1	0	3
130	0.328	3.9	4.3	1	1	0	3
140	0.313	3.8	4.1	1	1	0	2
150	0.295	3.6	3.9	1	1	0	1
160	0.275	3.3	3.6	1	2	0	1
170	0.252	3.0	3.3	1	2	0	1
180	0.227	2.7	3.0	1	2	0	0
190	0.201	2.4	2.6	1	2	0	0
200	0.174	2.1	2.3	1	2	0	0
210	0.148	1.8	1.9	1	2	0	0
220	0.122	1.5	1.6	1	2	0	0
230	0.097	1.2	1.3	1	2	0	1
240	0.074	0.9	0.7	1	2	0	1
250	0.053	0.6	0.7	1	1	0	1
260	0.035	0.4	0.5	1	1	0	2
270	0.021	0.3	0.3	1	1	0	3
280	0.010	0.1	0.1	1	1	0	3
290	0.003	0.0	0.0	1	1	0	4
300	0.000	0.0	0.0	1	1	1	5
310	0.002	0.0	0.0	0	1	1	5
320	0.007	0.1	0.1	0	1	1	6
330	0.017	0.2	0.2	0	1	1	7
340	0.031	0.4	0.4	0	0	1	7
350	0.049	0.6	0.6	0	0	1	8
360	0.070	0.8	0.9	0	0	1	8
370	0.093	1.1	1.2	0	0	1	9
380	0.119	1.4	1.6	0	0	1	9
390	0.146	1.8	1.9	0	0	1	9
400	0.174	2.1	2.3	0	0	1	9

Таблица V. Аргументы III, IV и V.

	T	L′	P	log p	log ΔL	log q	u′a	T	L′	P	log p	log ΔL	log q	u′a	T	L′	P	log p	log ΔL	log q	u′a
0	0.010	0.0	0.1	0	0	0	0	0.007	0.0	0.0	1	0	0	0	0.005	0.0	0.0	0	1	1	0
10	0.012	0.0	0.2	0	0	0	0	0.009	0.0	0.0	1	0	0	0	0.004	0.0	0.0	0	1	1	0
20	0.014	0.0	0.2	0	0	0	0	0.010	0.0	0.0	1	0	0	0	0.004	0.0	0.0	0	1	1	0
30	0.015	0.0	0.2	0	0	0	0	0.011	0.0	0.0	1	0	0	0	0.003	0.0	0.0	0	1	1	0
40	0.016	0.0	0.2	0	0	0	0	0.012	0.0	0.0	1	0	0	0	0.002	0.0	0.0	0	1	1	0
50	0.018	0.0	0.2	0	0	0	0	0.013	0.0	0.0	1	0	0	0	0.002	0.0	0.0	0	1	1	0
60	0.019	0.0	0.2	0	0	0	0	0.013	0.0	0.0	0	0	0	0	0.001	0.0	0.0	0	1	1	0
70	0.020	0.0	0.2	0	1	0	0	0.014	0.0	0.0	0	0	0	0	0.001	0.0	0.0	0	1	1	0
80	0.020	0.0	0.3	0	1	0	0	0.014	0.0	0.0	0	0	0	0	0.000	0.0	0.0	0	1	1	0
90	0.021	0.0	0.3	0	1	0	0	0.015	0.0	0.0	0	0	0	0	0.000	0.0	0.0	0	1	1	0
100	0.021	0.0	0.3	0	1	0	0	0.015	0.0	0.0	0	0	0	0	0.000	0.0	0.0	0	1	1	1
110	0.021	0.0	0.3	0	1	0	0	0.015	0.0	0.0	0	0	0	0	0.000	0.0	0.0	1	1	0	1
120	0.020	0.0	0.3	0	1	0	0	0.014	0.0	0.0	0	0	0	0	0.000	0.0	0.0	1	0	0	1
130	0.020	0.0	0.2	0	2	0	0	0.014	0.0	0.0	0	0	0	0	0.001	0.0	0.0	1	0	0	1
140	0.019	0.0	0.2	0	2	0	0	0.013	0.0	0.0	0	0	1	0	0.001	0.0	0.0	1	0	0	1
150	0.018	0.0	0.2	0	2	0	0	0.013	0.0	0.0	0	1	1	0	0.002	0.0	0.0	1	0	0	1
160	0.017	0.0	0.2	0	2	0	0	0.012	0.0	0.0	0	1	1	0	0.002	0.0	0.0	1	0	0	1
170	0.015	0.0	0.2	0	2	0	0	0.011	0.0	0.0	0	1	1	0	0.003	0.0	0.0	1	0	0	1
180	0.014	0.0	0.2	0	2	0	0	0.010	0.0	0.0	0	1	1	0	0.004	0.0	0.0	1	0	0	1
190	0.012	0.0	0.2	0	2	0	0	0.009	0.0	0.0	0	1	1	0	0.004	0.0	0.0	1	0	0	1
200	0.011	0.0	0.1	0	2	0	0	0.007	0.0	0.0	0	1	1	0	0.005	0.0	0.0	1	0	0	1
210	0.009	0.0	0.1	0	2	0	0	0.006	0.0	0.0	0	1	1	0	0.006	0.0	0.0	1	0	0	1
220	0.007	0.0	0.1	0	2	0	0	0.005	0.0	0.0	0	1	1	0	0.007	0.0	0.0	1	0	0	1
230	0.006	0.0	0.1	0	2	0	0	0.004	0.0	0.0	0	1	1	0	0.008	0.0	0.0	1	0	0	1
240	0.004	0.0	0.1	0	2	0	0	0.003	0.0	0.0	0	1	1	0	0.009	0.0	0.0	1	0	0	1
250	0.003	0.0	0.0	0	2	0	0	0.002	0.0	0.0	0	1	1	0	0.009	0.0	0.0	1	0	0	1
260	0.002	0.0	0.0	0	2	0	0	0.001	0.0	0.0	0	0	1	0	0.010	0.0	0.0	1	0	0	1
270	0.001	0.0	0.0	0	2	0	0	0.001	0.0	0.0	0	0	0	0	0.010	0.0	0.0	1	0	0	1
280	0.001	0.0	0.0	0	1	0	0	0.000	0.0	0.0	0	0	0	0	0.010	0.0	0.0	1	0	0	1
290	0.000	0.0	0.0	0	1	0	0	0.000	0.0	0.0	0	0	0	0	0.010	0.0	0.0	1	1	0	1
300	0.000	0.0	0.0	0	1	0	0	0.000	0.0	0.0	0	0	0	0	0.010	0.0	0.0	0	1	1	1
310	0.000	0.0	0.0	0	1	0	0	0.000	0.0	0.0	0	0	0	0	0.010	0.0	0.0	0	1	1	0
320	0.001	0.0	0.0	0	1	0	0	0.000	0.0	0.0	0	0	0	0	0.010	0.0	0.0	0	1	1	0
330	0.001	0.0	0.0	0	1	0	0	0.001	0.0	0.0	0	0	0	0	0.009	0.0	0.0	0	1	1	0
340	0.002	0.0	0.0	0	0	0	0	0.001	0.0	0.0	0	0	0	0	0.009	0.0	0.0	0	1	1	0
350	0.003	0.0	0.0	0	0	0	0	0.002	0.0	0.0	1	0	0	0	0.008	0.0	0.0	0	1	1	0
360	0.004	0.0	0.1	0	0	0	0	0.003	0.0	0.0	1	0	0	0	0.008	0.0	0.0	0	1	1	0
370	0.006	0.0	0.1	0	0	0	0	0.004	0.0	0.0	1	0	0	0	0.007	0.0	0.0	0	1	1	0
380	0.007	0.0	0.1	0	0	0	0	0.005	0.0	0.0	1	0	0	0	0.006	0.0	0.0	0	1	1	0
390	0.009	0.0	0.1	0	0	0	0	0.006	0.0	0.0	1	0	0	0	0.006	0.0	0.0	0	1	1	0
400	0.010	0.0	0.1	0	0	0	0	0.007	0.0	0.0	1	0	0	0	0.005	0.0	0.0	0	1	1	0

New Elements of Comet 1916a (Neujmin).

M. VILJEV.

These elements of Neujmin's Comet are founded upon a discussion of all the available observations up to the 8 march 1916. The following positions have been used:

1916	february	24.2819 G. M. T.	$\alpha = 134°40'$	$\delta = +16°24'$	Simeïs
		27.4817	134 37.45	+14 42.97	Greenwich
		28.3236	134 38.2	+14 16.6	Poulkowo
		29.6120	134 41.63	+13 35.23	Greenwich
	march	1.3493	134 42.70	+13 11.97	»
		3.4877	134 50.73	+12 04.08	Yerkes
		3.6745	134 51.70	+11 58.21	Greenwich
		4.3458	134 54.97	+11 37.42	Utrecht
		4.5697	134 56.19	+11 30.07	Yerkes
		7.6585	135 15.88	+ 9 53.33	M. Hamilton
		8.5666	135 23.07	+ 9 25.13	Yerkes

The elements computed by the method Laplace — Leuschner are:

$$T = 1916 \text{ march } 10.8884 \text{ G. M. T.}$$

$$\left.\begin{aligned} \omega &= 193°21'.63 \\ \Omega &= 327\ 23.87 \\ i &= 11\ \ 0.46 \end{aligned}\right\} 1916.0$$

$$q = 1.35260$$

$$e = 0.58952$$

$$\mu = 593''.18$$

$$P = 2184^d.8 \text{ or } 5.98 \text{ years.}$$

The short period is pretty well established, but the value obtained may demand some correction.

Петроградъ. Типографія акц. общ. „Слово". Ул. Жуковскаго, № 21—23, соб. д.

—378	V 5	—335	VII 4	—262	II 9	—216	II 11	—162	III 15	— 93	VI 20	— 34	XI 1
—363	VII 13	—323	V 23	—255	IX 16	—208	III 13	—157	VI 17	— 92	XII 12	— 28	I 5
—360	V 12	—316	I 8	—251	VII 5	—189	III 14	—135	IV 15	— 77	III 6	— 23	IV 7
—356	II 29	—309	VIII 15	—243	II 9	—187	VII 17	—128	XI 20	— 72	V 8	— 21	VIII 11
—350	IV 22	—308	XII 29	—241	VI 15	—182	X 19	—126	IV 6	— 63	V 28	— 9	VI 30
—349	X 6	—302	IV 2	—233	VII 16	—179	VIII 17	—124	IX 7	— 60	IX 20	— 6	X 23

II серія. Русскія затменія.

1060	VI 30	1106	VIII 1	1146	VI 11	1187	IX 4	1239	VI 3	1276	VI 13	1331	XI 30
1064	IV 19	1109	V 31	1147	X 26	1191	VI 23	1240	V 23	1283	I 30	1333	V 14
1066	IX 22	1113	III 19	1153	I 26	1194	IV 22	1241	X 6	1290	IX 5	1334	V 4
1074	IX 23	1115	VII 23	1162	I 17	1201	XI 27	1245	VII 25	1295	XI 8	1337	III 3
1084	X 2	1120	X 24	1163	VII 3	1207	II 28	1251	X 16	1310	I 31	1339	VII 7
1086	II 16	1124	VIII 11	1174	XI 26	1216	II 19	1255	XII 30	1312	VII 5	1341	XII 9
1091	V 21	1131	III 30	1176	IV 11	1218	VII 24	1261	IV 1	1317	IX 6	1344	X
1093	IX 23	1133	VIII 2	1178	IX 13	1228	XII 28	1263	VIII 5	1321	VI 26	1345	IX 26
1098	XII 25	1136	VI 1	1182	VII 2	1230	V 14	1267	V 25	1324	IV 24	1361	V 5
1100	V 11	1140	III 20	1185	V 1	1236	VIII 3	1270	III 23	1330	VII 16		

Имѣя эти даты превращенными въ десятичныя доли года, можно образовать разности между двумя сосѣдними числами, затѣмъ черезъ одно, черезъ два и т. д. и посмотрѣть, какія изъ получающихся чиселъ встрѣчаются чаще всего; они и будутъ указывать на циклы, удобные для предсказанія будущихъ затменій въ данной мѣстности.

Въ программу настоящей работы входили только циклы короткаго періода, *меньше ста лѣтъ.*

Результаты подобнаго изслѣдованія разностей приведены въ слѣдующихъ таблицахъ. Онѣ даютъ въ первомъ столбцѣ величину разности, въ слѣдующихъ—число разъ, которое эта разность повторяется въ разсматриваемой серіи затменій. Надпись надъ столбцомъ указываетъ сколько промежуточныхъ затменій отдѣляютъ два разсматриваемыхъ, дающихъ указанную разность. Послѣдній столбецъ даетъ общее число случаевъ, въ которыхъ встрѣчается разсматриваемый циклъ, какъ сумму всѣхъ предыдущихъ столбцовъ.

I серія. II серія.

Циклъ (въ годахъ).	0	1	2	3	4	5	6	Σ	0	1	2	3	4	5	6	7	Σ
0.50	1							1									0
0.97	2							2	3								3
1.37	3							3	7								7

Циклъ (въ годахъ.	0	1	2	3	4	5	6	Σ	0	1	2	3	4	5	6	7	Σ
1.46	5							5	2								2
2.34	7							7	6	1							7
2.42	1							1	5	1							6
2.83	3	1						4	9	1							10
3.32	2							2									0
3.80	4	5						9	9	4	1						14
4.20								0	1								1
4.77								0		1							1
5.17	2	1						3	2	4	1						7
5.26	4							4	6	1	1						8
6.14	2	1	1					4		4	2						6
6.23								0	6	2	1						9
6.63	2	3	1					6	2	8		1					11
7.60	4	3						7	2	9	3	1					15
8.01								0	1								1
8.09	2	1						3									0
8.57	2							2				2					2
8.97	1	3	2	1				7	2	2	8	1	1				14
9.05	1							1		5	2						7
9.46	1							1		1							1
9.95	1	3						4									0
	0	1	2	3	4	5	6	Σ	0	1	2	3	4	5	6	7	Σ
10.02								0	1	2	1	1	1				6
10.43	2	3	2					7	1	5	3	2					11
11.40		7	3					10	1	2	6	3	2	1			15
11.80								0		1	3	1					5
11.88	2	3	1	1				7				1					1
12.37		1	1					2				1		1			2
12.77		2	7	2				11		2	1	1	2				6
12.86	1	1	1					3		4	7		2				13
13.74			1	1				2									0
13.85								0						1			1
14.23	3	3	4	4	2			16	1	3	5	8			1		18
14.72		1						1									0
14.82								0							1		1
15.20	1	3			1			5			1	5	3	1		1	11
15.60			1		1			2	1		1	4	2				8

Циклъ (въ годахъ).	0	1	2	3	4	5	Σ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
15.68		3	1				4			5	1	1	1				8
16.57				3	1	1	5		1		1	3	2				7
16.66			1				1		1	2	2		1				6
17.06							0				1						1
17.54			2	1			3										0
17.63							0							1			1
18.03		1	2				3		1	1	4	2	1	1			10
18.43							0					1					1
18.52	1	1	2				4										0
19.00	1		1				2				2						2
19.40		2			1		3		1	3		3	1	1			9
19.49		1	2	1			4				3	2		1			6

	0	1	2	3	4	5	6	7	Σ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Σ
20.37		1		2	1				4			1								1
20.46									0	2	1	5			2					10
20.86			2	3					5		1	2	1							4
21.35		1	1	1	1	1			5											0
21.43									0				1			1				2
21.83	1		4	3	1				9	5	3	8	7	1	1					25
22.32		1		2					3											0
22.80		1		1					2					1						1
23.20				1	1				2		2		5							7
23.29			1	2					3		1	2	2	1		1				7
24.17					1	2			3			1	2	2						5
24.25				1					1		2	1	2		1	1	1			8
24.66			1	1	3	2			7		2		5	2	1					10
25.14							1		1											0
25.63			3		2				5		2	3	3	5						13
26.12		1	1	1	1				4											0
26.61			1	1					2											0
27.00				2	1	1	2		6	1	1	1	1	6	3	1				14
27.09		2	1	2	1	1			7		2	3	2	2		1	1			11
27.49				1					1											0
27.98				2	2	1		1	6					2	1					3
28.05									0										1	1
28.46			1		2	1			4			6	1	3	1					11
29.43		1	1	1	3	2			8		1	1	3		4		2			11
29.83									0				1		2					3
29.93			2	1	1	1	1		6					1						1

Циклъ (въ годахъ).	2	3	4	5	6	7	8	Σ	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
30.43								0					1						1
30.80	1	2	1	2				6		1	1	1	2	4					9
30.89	1	1	1					3			3	3	3						9
31.29			1	1	1			3				1							1
31.78		1	1		1			3											0
31.85								0				1				1			2
32.26			2	2		1		5			3	2	4	3		1			13
32.74		1	1	1				3											0
33.23		2	2	2	1			7				3	3	2					8
33.63								0	1		1	2		1	1				6
33.72	1			1	1			3											0
34.60			1	2	2			5		1		1	2	2	1				7
34.68	1	2		1				4		1	3	3	2	1			1		11
35.08					1			1											0
35.57				1	2			3											0
35.66								0						1				1	2
36.06		1			1			2		1	1	2	3	2	1				10
36.54			1	1	1			3											0
37.03			1			1		2						1	3				4
37.43								0					2	1	1				4
37.51	1	2	2					5			1	1	3	1					6
38.40								0			1			3	1	1			6
38.49		1	3	2				6				1	3	2	1				7
38.89				1	1			2				1	1	2					4
39.36					1			1											0
39.87		2	5	1	4	2	1	15		1		1	3	5	7	4			21

	3	4	5	6	7	8	9	Σ	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Σ
40.83			1					1					1					1
41.23		1	1		1			2		1	1	1	3	2	1			9
41.32	1	2	2	2	1			8		1	1	1	1					4
41.43								0	1									1
42.20		1	2	2	3			8						1				1
42.29								0	1	1		3	1					6
42.69			3		2	2		7	1		1	3	3	1				9
43.18			1			1		2										0
43.66			2	3	1	1	1	8			1	1	4	4	1			11
44.06								0				1						1
44.14				1				1										0